١٠

حکومەتا هەرێما کوردستانێ
وەزارەتا پەروەردێ - رێڤەبەریا گشتی یا پرۆگرام و چاپەمەنیان

بیرکاری بۆ هەمووان

پەرتووکا قوتابی
پۆلا دەهێ وێژەیی

چاپا پێنجێ
٢٧١٦کوردی ٢٠١٦زایینی ١٤٣٧مشەختی

وەرگێران بۆ کرمانجیا ژووری و گۆنجاندن
شکری حسن سلو

پێداچوونا زمانی
مەجید محەمەد سەعید باجلۆری

پێداچوونا زانستی
الیاس حیدر الیاس

پێداچوونا چاپکرنێ
شکری حسن سلو

سەرپەرشتێ هونەری یێ چاپێ
عثمان پیرداود کواز
سعد محمد شریف صالح

ناڤەڕۆکا پەرتووکێ

بەشێ 1 هاوکێشە
EQUATIONS

بەشێ 2 هێز و ڕەگ
POWERS AND RADICALS

بەشێ 3 ئەگەر
PROBABILITIES

بەشێ 4 پیڤەرێن ئاماری
STATISTICAL MEASUREMENTS

بەشێ 5 سێگۆشەزانی
TRIGONOMETRY

ناڤەرۆکا پەرتووکێ

1 Equations هاوکێشە 1

1 دەروازەیەك بۆ هاوکێشەیان
2 .... Introduction to Equations

2 شیتەڵکرنا برێن جەبری یێن دووجای
7 .... Factoring Algebraic Quadratic Expressions

3 شیکارکرنا هاوکێشەیا دووجای ب یاسایێ
16 .... Solving Quadrotic Equation By Formula

21 Powers and Radicals هێز و رەگ 2

1 هێز
22 .... Powers

2 برێن رەگدار
31 .... Radical Expressions

3 لۆگاریتم
39 .... Logarithms

45 Probabilities ئەگەر 3

1 دەروازەیەك بۆ ئەگەرێ
46 .... Introduction To Probability

2 ئەگەر
52 .... Probability

3 یاسایا بنچینەی یا هەژمارتنێ
60 .... Fundamental Counting Priciple

4 گۆڕین (گۆهۆڕین) و رێزبەندی و گونجین
64 .... Permutations, Arrongements and Combinations

75 Statistical measurments پیڤەرێن ئاماری 4

1 پیڤەرێن رووکرنا چەقی
76 .... Measures of Centrol Tendency

2 پیڤەرێن پرتبوونێ
86 .... Measures of Dispersion

93 Trigonometry سێگۆشەزانی 5

1 رێژەیێن سێگۆشەی و شیکارکرنا سێگۆشەیا وەستاو
94 .... Trigonometric Ratios and Solving Right Triangle

هاوکێشە Equations

بەشێ 1

پەرتووکا (الجبر و المقابلة) یا زانا (محمد بن موسی الخوازی) ژ پەرتووکێن پێشییە، کو بەحسێ جەبرێ کری. پەیڤا جەبر ژ ڤێ پەرتووکێ بۆ جیهانێ بەلاڤبوو، کو نهۆکە ب زۆربەی زمانێن جیهانێ دهێتە بکارئینان، دگەل هندەك گوهۆڕینین کێم ل دەربڕینێ.
خوارزمی پەیڤا (الجبر) بکاردئینا ل دەمێ کاردکر دگەل هاوکێشان ب مەبەستا شیکارکرنا وان. جەبرا هاوکێشێ پێی ڕێکا خوارزمی ئانکو زێدەکرنا ژمارەکێ بۆ هەردوو لایێن هاوکێشێ بۆ ئازادکرنا نەزانراوی و دیارکرنا بەهایێ وی. خوارزمی پشتبەستبوو ب زانستێ جەبرێ بۆ لێکۆڵینێن زانستی ل بوارێن جوگرافی و گەر دووناسێ.

وانە

1. هاوکێشە
2. شیتەڵکرنا برێن جەبری یێن دووجای.
3. شیکارکرنا هاوکێشەیا دووجای ب یاسایێ.

ئەسنز لاب ئێکە ژ ئامیرێن بەرێ، کو زانایان بکاردئینا بۆ لێکۆڵینا جهێن ستێران.

وانە 1

دەروازەیەك بۆ هاوكێشەیان

Introduction to Equations

بۆچی

ئەم دكارین گەلەك پێدڤیێن ژیانا ڕۆژانە ب كارئینانا هاوكێشان شیكاربكەین. هاوكێشە وەكو تەرازوویێیە. هاوتای وەسا دكەت كو كرداری یەكسانیێ دگەل هەردوو لایێن وێ بكەین. (ئانكو هەردوو لایێن هاوكێشێ).

ئارمانج

- سیفەتێن یەكسانبوونێ دێ ناسین و دێ بكارئینین.
- هاوكێشەیێن هیلی دێ ب جەبریێ و ب ڕوونكرنێ نڤیسین و شیكاركەین.

هاوكێشە دبیتە یەكسانبوون ل ناڤبەرا دوو بڕان، كو گۆڕاوەك یان زێدەتر تێدا هەیە، دبێژنێ نەزانراو.

$12x = 10$، هاوكێشەیەكا ئێك گۆڕاوە كو (x) 0

$2x - 3y = 12$ ، هاوكێشەیەكا دوو گۆڕاوە كو (x) و (y).

هەر ژمارەیەك كو ب لجهدانانێ پاسادانا هاوكێشێ بكەت (ئانكو بگۆڕیت بۆ یەكسانییەكا دروست پشتی دانانا ژمارێ ل جهێ گۆڕاوی) دبێژنێ ڕەگێن هاوكێشێ.

بۆ نموونە: ژمارە $\frac{5}{6}$ دبیتە ڕەگێ هاوكێشا $12x = 10$ چونكی هەكە ئەوێ ژمارێ ل جهێ گۆڕاوی دانێن دێ ڕستە بیتە یەكسانییەكا دروست $12 \times \frac{5}{6} = 10$.

شیكاركرنا هاوكێشێ ئانكو دیاركرنا كۆمەلەكا ژماران كو دبنە ڕەگێن هاوكێشێ، دبێژنە ئەوێ كۆمەلێ، **كۆمەلا شیكاریێ بۆ هاوكێشێ**، چێدبیت ئەو كۆمەلا دانەیەك تێدا هەبیت یان زێدەتر ژ دانەیەكی، یان ژمارەكا بێ دوماهیك ژ دانەیان تێدا هەبیت، چێدبیت كۆمەلا شیكاریێ **كۆمەلەیا بەتاڵ بیت** $\varnothing$ ، ئانكو هیچ دانەیەك تێدا نەبیت.

سیفەتێ یەكسانبوونا ژمارەیێن ڕاستی، و سیفەتێ لجهدانانێ بۆ شیكاركرنا هاوكێشان بكاردئینین.

سیفەتێن یەکسانبوونێ

سیفەتێ وێنەدانەوە **Reflexive Property**	$a=a$
سیفەتێ هاوجێبوونێ **Symmetric Property**	هەگە $a=b$ دێ $b=a$
سیفەتێ تێپەڕبوونێ **Transitive Property**	هەگە $a=b$ − $b=c$ دێ $a=c$
سیفەتێ کۆمکرنێ **Addition Property**	هەگە $a=b$ دێ $a+c=b+c$
سیفەتێ لێدەرکرنێ **Subtraction Propret**	هەگە $a=b$ دێ $a-c=b-c$
سیفەتێ لێکدانێ **Multiplication Property**	هەگە $a=b$ دێ $ac=bc$
سیفەتێ دابەشکرنێ **Division Property**	هەگە $a=b$ دێ $\frac{a}{c}=\frac{b}{c}$ دەمێ $c\neq 0$
سیفەتێ ل جهدانانێ **Substitution Property**	

هەکە $a=b$ لجهدانانا b ل جهێ a د هەر دەستەواژەیەکا دروستدا، دێ ب دروستی مینیت.

شیکارکرنا هاوکێشان ل هەموو دەمان ب سادەکرن و لادانێ و یەکتربەستنێ دەستپێدکەت.

نموونە 1

بچهێنان
پلەکانی گەرما

دوو جۆرێن پیڤەران هەنە بۆ پلا گەرماتیێ، پیڤەرێ سەدی **Celsius** و پیڤەرێ فەهرەنهایت **Fahrenheit** پەیوەندی ل ناڤبەرا هەردوو پیڤەران ئەڤەیە $F=\frac{9}{5}C+32$، F هێمایێ پلا گەرماتیا پیڤەرێ فەهرە نهاتیە و C هێمایێ پلا گەرماتیا پیڤەرێ سەدییە.
د بەلاڤکرنەکا کەش و هەوایدا هات، پلا گەرماتیا ئیرۆ 86 پلەیە ب پیڤەرێ فەهرەنهایت. پلا گەرماتیێ چەندە ب پیڤەرێ سەدی؟

شیکار:

$F=\frac{9}{5}C+32$	رێس
$86=\frac{9}{5}C+32$	ژمارە 86 ل جهێ F دانە.
$86-32=\frac{9}{5}C+32-32$	32 دەربکە ژ هەردوو لایان بکارئینانا سیفەتێ لێدەرکرنێ
$54=\frac{9}{5}C$	کورتبکە
$\left(\frac{5}{9}\right)54=\left(\frac{5}{9}\right)\left(\frac{9}{5}C\right)$	هەردوولایان ل $\frac{5}{9}$ بدە بکارئینانا سیفەتێ لێکدانێ
$30=C$	کورتبکە
$C=30$	سیفەتێ هاوجێبوونێ بکاربینە

هەوڵبدە: پلا گەرماتیێ ب پیڤەرێ فەهرەنهایت دبیتە چەندە؟ هەکە ب پیڤەرێ سەدی 35 پلە بیت.

نموونە

2 هاوکێشەیا $2x+7=5x-9$ شیکاربکە.

شیکار

$2x+7=5x-9$ هاوکێشە

$2x+7-7=5x-9-7$ ژمارە 7 ژ هەردوو لایان دەربکە بکارئینانا سیفەتێ لێدەرکرنێ

سادەبکە

$2x=5x-16$

$2x-5x=5x-16-5x$ $5x$ ژ هەردوولایان دەربکە بکارئینانا سیفەتێ لێدەرکرنێ

سادەبکە

$-3x=-16$

$\frac{-3x}{-3}=\frac{-16}{-3}$ هەردوو لایان لسەر 3- دابەشبکە بکارئینانا سیفەتێ دابەشکرنێ

سادەبکە

$x=\frac{16}{3}$

ساخبکە:

$2\times\frac{16}{3}+7\overset{?}{=}5\times\frac{16}{3}-9$

$\frac{32+21}{3}\overset{?}{=}\frac{80-27}{3}$

$\frac{53}{3}=\frac{53}{3}$

ڤێجا، $x=\frac{16}{3}$ رەگێ هاوکێشە

هەوڵبدە هاوکێشەیا $3x+12=-5x+24$ شیکاربکە، شیکارێ ساخبکە ب لجهدانانێ

راهێنان

بەردەوامبوون دبیرکارییدا

ل بیرا تەبیت:
دوو هاوکێشە هاوتا دبن هەکە هەمان رەگ هەبن.

ئەوان سیفەتان دیاربکە کو ل شیکارکرنا ڤان هاوکێشان دهێنە بکارئینان.

1 $52=-2.7x-3$ **2** $x+2.2=\frac{x}{5}$ **3** $3x-5=2x-2$

4 روونبکە چەوا هاوکێشەیەکا هاوتا بۆ $4x-7=4$ ب دەست دکەڤیت.

راهێنێن ئارەستەکری

ڤان هاوکێشان شیکاربکە و شیکارێن وان ساخبکە.

5 $4x+12=20$ **6** $\frac{x}{5}+3=4$

7 $-\frac{5}{2}x+\frac{5}{2}=2-3x$ **8** $7-6x=2x-9$

راهێنان و بجهئینان

ڤان هاوکێشان شیکاربکه

9 $2x-5=1$

10 $-2x-7=9$

11 $5x-3=12$

12 $20=6x-10$

13 $4-5x=19$

14 $3x+1=\frac{1}{2}$

15 $4x+80=-6x$

16 $7x=-2x+5$

17 $5x+3=2x+18$

18 $4x-3=x+7$

19 $\frac{1}{5}x+3=2$

20 $\frac{1}{4}x-\frac{5}{2}=-2$

21 $\frac{1}{2}x+2=0$

22 $\frac{1}{3}x=-x+4$

23 $x-5=-\frac{3}{2}x+\frac{5}{2}$

24 $-\frac{1}{3}x+1=\frac{3}{2}x-1$

25 $\frac{2}{3}x+9=\frac{1}{2}x-4$

26 $\frac{1}{4}x-3=6x$

27 $\frac{1}{3}x-\frac{4}{3}=\frac{1}{6}x-1$

28 $\frac{2}{5}x+\frac{6}{5}=x-3$

ڤان هاوکێشان بکارئینانا بژمێرێ شیکاربکه، شیکارێ نزیکبکه بۆ نێزکترین بەش ژ سەدێ.

29 $0.24x+1.1=2.56x-1.5$

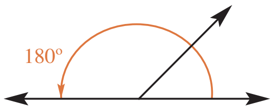
30 $1.05x-4.28=-2.65x+4.1$

31 $0.67x-8.75=-0.48x+3.99$

32 $5.9(0.33x-1.33)=1.03x-5.72$

گرێدان

33 ئەندازە: پیڤانا گۆشەکێ ژ دوو گۆشێن پرکەر دبیتە دووجارانی پیڤانا گۆشا دی و 45 پلە بۆ زێدەکربیت. هاوکێشەکێ بنڤیسە و بکاربینە بۆ دیارکرنا پیڤانا هەردوو گۆشان.



بجهئینان

هاوکێشەکا گونجای بۆ ئەڤێن ل خوارێ بنڤیسە پاشی شیکاربکە:

34 بۆ خۆشیێ: بهایێ پلیتا چوونا ژۆرا بازێرێ یاریان 6000 دینارە، بهایێ بەشداریکرنێ ل هەر یاریەکێ 1500 دینارە. هەکە 30 000 دینار ل گەل تەبن، ل چەند یاریان تو دکاری بەشدار ببی؟

35 ئابووری: شڤانی ب 1 750 000 دیناران کۆمپیوتەرەکا نوو کری. بهایێ ئەڤی کۆمپیوتەری سالانە 250 000 دیناران کێمدبیت، پشتی چەند سالان بهایێ وی دێ بیتە سفر؟

36 داهاتی: دوو خستنەروویێن کاری بۆ ئارامی هاتن ژ کۆگەهـا فرۆتنا جلو بەرگان.

- یا ئێکێ: 600 هزار دینار هەیڤانە دگەل 10 هزار دینار بۆ هەر متایەکی بفرۆشیت.
- یا دووێ: 800 هزار دینار هەیڤانە دگەل 8 هزار دینار بۆ هەرمتایەکی بفرۆشیت.

ژمارا ئەوان متایێن پێدڤی کو ئارام بفرۆشیت چەندە، دا ل هەردوو خستنە روویان هەمان دەستکەفت هەبیت؟

37 داهاتیێ کارگەهەکێ کارەك سپارتە کارژینێ بەرامبەر 60 هزار دینار ل حەفتەیەکێ. بۆ هەر ژمارەکا کارکرنێ 7500 دیناران زێدەکەتە سەر بهایێ حەفتیێ. ئەرێ دڤێت کاژین چەند دەمژمێران کاریێبکەت دا ل دوماهیا حەفتیێ کراسەکێ ب 120 هزار دیناران بکرێت؟

لێنێرینەك بۆ پاش

ڤان بڕان بهەژمێرە

38 $3(2-(5-3)-7)+2$

39 $-(-5^2)^3$

لێنێرینەك بۆ پێش

راماناڤێ دەستەواژێ ب بیرکاریێ شلۆڤە بکە.

40 $y>-5$

41 $-3<x<3$

42 $-1\le y\le 1$

43 $x\ge -3$

وانه

2

شیتەڵکرنا بڕێن جەبری یێن دووجای

Factoring Algebraic Quadratic Expressions

ئارمانج

- بڕێن جەبری یێن دووجای شیتەڵدکەن.
- شیتەڵکرنێ بکاردئینین بۆ شیکارکرنا هاوکێشەیێن دووجای.

بۆچی

بڕێن جەبری یێن دووجای بۆ وەسفکرنا گەلەك شێوازێن ژیانا رۆژانە بکاردهێت وەکی شێوازێ حەودا ل وێنەی.

بجهئینان

ئەندازەیا تالارسازی

ئەندازیارەکی تالارسازیێ حەودەك ل باغێ گشتی دروستکر، وەکو ل وێنێ سەری دیار. ئەندازیاری دناڤ حەودێدا هندەك شەشپاڵوویێن هاوشێوە ب شێوێ نیشانا لێکدانێ × رێزکرن ب چەند ئاستێن جیاواز. و ب جۆرەکی کو ژمارا شەشپاڵوویێن هەر لایەکی شێوێ هێمای کێمتر بیت ب ئێکێ ژ ژمارا شەش پاڵوویێن لایێ دکەڤیتە ژێر وی. رێسایا $m = 2n^2 - n$ دهێتە بکارئینان بۆ هەژمارتنا ژمارا شەشپاڵوویان m یێن پێدڤی بۆ ئاڤاکرنا حەودێ و n ژمارا ئاستانە. ژمارا ئاستێن حەودێ چەندە هەکە ژمارا شەشپاڵوویان 66 بیت.

شیتەڵکرنا بڕێن جەبری یێن دووجای

لێکدان

$2x^2 + 6x = 2x(x + 3)$

شیتەڵ

ل دەمێ تو فێری لێکدانا دوو بڕێن جەبری وەك $x + 3$ و $2x$ بووی تە ئەنجامێ لێکدانا هەردوو بڕان دگۆهارت بۆ سەرجەمێ کۆمەڵەکا رادان. شیتەڵکرن کردارەکا بەرۆڤاژیە بۆ لێکدانێ، و شیتەڵکرن سەرجەمێ چەند رادەیان دگۆهۆریت بۆ ئەنجامێ لێکدانێ.

دا تو بڕەکێ جەبری دوو رادەی یان زێدەتر شیتەڵبکەی. مەزنترین (گەورەترین) **کۆلکێ هاوبەش** (م.ك.ه) بینەدەر ئەگەر هەبوو بۆ هەردوو رادان. وەکی ل ڤێ نموونێ دیاردبیت.

نموونە

1 ڤان برێن دووجای شیتەڵبکە:

أ $3m^2-12m$

ب $3x(4x+5)-5(4x+5)$

شیکار

مەزنترین کۆلکێ هاوبەش بینەدەر

أ $3m^2-12m = 3m\times(m)-3m\times(4)$

مەزنترین کۆلکێ هاوبەش دبیتە $3m$

$3m^2-12m = 3m\times(m)-3m\times(4)$

$= 3m(m-4)$

ب $3x(4x+5)-5(4x+5)$

مەزنترین کۆلکێ هاوبەش دبیتە $(4x+5)$

$3x(4x+5)-5(4x+5)$

$=(4x+5)(3x-5)$

هەوڵبدە ڤان هەردوو بران شیتەڵبکە $(2x-1)x+4(2x-1)$ ، $5x^2+15x$

شێوێ گشتی یێ برێ دووجای دبیتە ax^2+bx+c دەمێ $a\neq 0$

یا دشیاندایە گەلەك برێن جەبری یێن دووجای شیتەڵبکەین.

تێبینیا شیتەڵکرنا ڤان برێن ل خوارێ بکە.

شیکارکرنا پرسیاران

ل دووڤ **شێوازی بگەرە** بەرێ خۆ بدە شیتەڵکرنا ڤان برێن جەبری کو سەرجەمێ هەردوو رادێن نەگۆڕ ل هەردوو کۆلکان یەکسانە دگەل هاوکۆلکێ x ل برێ دووجای، و لێکدانا وان یەکسانە ب رادێ نەگۆڕ ل برێ دووجای.

$x^2+7x+10=(x+5)(x+2)$ ؛ $5+2=7$ ، $5\times2=10$

$x^2-7x+10=(x-5)(x-2)$ ؛ $(-5)+(-2)=-7$ ، $(-5)\times(-2)=10$

$x^2+3x-10=(x+5)(x-2)$ ؛ $5+(-2)=3$ ، $5\times(-2)=-10$

$x^2-3x-10=(x-5)(x+2)$ ؛ $(-5)+2=-3$ ، $(-5)\times(2)=-10$

ب لێکۆڵینا شێوازێن ل سەری رێسایەك بدەست دکەڤتیت بۆ شیتەڵکرنا برێ x^2+bx+c .

بۆ شیتەڵکرنا برێ x^2+bx+c ل دەمێ b ، c ژمارێن تەواوبن، ل دوو ژمارێن تەواو بگەرە وەکو r و s کو سەرجەمێ وان b بیت و لێکدانا وان c بیت، پاشی ئەڤێ برێ ب ڤی شێوازی شتەڵبکە.

$$x^2+bx+c=(x+r)(x+s)$$

ئەگەر c ژمارەکا مووجەب بیت، شیتەڵبکە بۆ ئەنجامێ لێکدانا دوو ژمارێن هەمان نیشان هەین، وەکی نیشانا ڕادێ دووێ b. $(x+r)(x+s)$

$$x^2+(r+s)x+rs$$

$$x^2+bx+c$$

نموونــــــه 2

برِی x^2+5x+6 شیتەلّبکە.

شیکارکرنا پرسیاران

شیکار

بخەملینە و پاسادانبکە، دەست بنڤیسینا $(x \quad)(x \quad)$ بکە. ل دووڤ دوو کوّلکێن ژمارە 6 بگەڕە کو هەمان نیشان هەبن و سەرجەمێ وان 5 بیت.

$(x+1)(x+6)$	$(x+2)(x+3)$	$(x-1)(x-6)$	$(x-2)(x-3)$
$1\times x+6x$	$2x+3x$	$(-1)x+(-6)x$	$(-2)x+(-3)x$
$\stackrel{?}{=}$	$\stackrel{?}{=}$	$\stackrel{?}{=}$	$\stackrel{?}{=}$
$5x$	$5x$	$5x$	$5x$
یا شاشە	دروستە	یا شاشە	یا شاشە

$$x^2+5x+6=(x+2)(x+3)$$

تێبینی: ل دەمێ شیکارکرنا x^2-5x+6 ل سەری دبینین کو $x^2-5x+6=(x-2)(x-3)$

هەولبدە برِی $x^2-10x-11$ شیتەلّبکە.
هەکە c ژمارەکا سالب بیت ل دووڤ دوو ژمارێن نیشانا وان جیاواز بگەڕە.

نموونــــــه 3

برِی $\boldsymbol{x^2-7x-30}$ شیتەلّبکە.

شیکارکرنا پرسیاران

شیکار

بخەملینە و پاسادانبکە، دەست ب نڤیسینا $(x \quad)(x \quad)$ بکە. ل دووڤ دوو هاوکوّلکێن ژمارە (-30) بگەڕە، کو سەرجەمێ وان ببیتە -7، ئاگەهداربە کو هەردوو هاوکوّلك نیشانێن وان دجیاواز بن.

$(x-1)(x+30)$	$(x+1)(x-30)$	$(x-2)(x+15)$
$(-1)x+30x$	$1x+(-30)x$	$(-2)x+15x$
$\stackrel{?}{=}$	$\stackrel{?}{=}$	$\stackrel{?}{=}$
$-7x$	$-7x$	$-7x$
یاشاشە	یاشاشە	یاشاشە
$(x+2)(x-15)$	$(x-3)+(x+10)$	$(x+3)(x-10)$
$2x+(-15)x$	$(-3)x+10x$	$3\times x+(-10)x$
$\stackrel{?}{=}$	$\stackrel{?}{=}$	$\stackrel{?}{=}$
$-7x$	$-7x$	$-7x$
یاشاشە	یاشاشە	دروستە

ڤێجا

$$x^2-7x-30=(x+3)(x-10)$$

هەولبدە برِێ $3x^2+11x-20$ شیتەلّبکە.

نموونە 4

بڕی $8x^2+2x-15$ شیتەڵبکە.

شیکار

$$8x^2+2x-15=(2x+3)(4x-5)$$

$$+12x \qquad -10x$$

$-10x+12x=2x$ رادێ دووجای شیتەڵبکە بۆ دوو کۆلکێن $\left(8x^2=(2x)\times(4x)\right)$، و ڕادێ نەگۆر بۆ کۆلکێن $\left(-15=(3)(-5)\right)$ و پاسادانبکە رادێ نیڤەکێ [رادێ هیلی].

نموونە 5

ل هەر شیتەڵکرنەکێ پێنگاڤا ئێکێ مەزنترین کۆلکێ هاوبەش بینەدەر هەکە هەبیت.

ڤان بڕان شیتەڵبکە

أ $6x^2-5x-1$

ب $3x^2+11x-20$

ج $3x^2-11x-20$

د $8x+6x^2-30$

شیکار

أ $6x^2-5x-1=(6x+1)(x-1)$

ب $3x^2+11x-20=(3x-4)(x+5)$

ج $3x^2-11x-20=(3x+4)(x-5)$

د
$$\begin{aligned}8x+6x^2-30&=6x^2+8x-30\\&=2(3x^2+4x-15)\\&=2(3x-5)(x+3)\end{aligned}$$

هەوڵبدە بڕی $3x^2+9x-30$ شیتەڵبکە.

- ئاگەهداربە ل ئەنجامێ لێکدانا هەردوو بڕان $x+3$ ، $x-3$

جیاوازیا دوو دووجاییانە

$$(x+3)(x-3)=x^2+3x-3x-9=x^2-9=x^2-3^2$$

شیتەڵکرنا جیاوازیا دوو دووجاییان

$$a^2-b^2=(a-b)(a+b)$$

بۆ نموونە: $x^2-16=(x-4)(x+4)$

ئاگەهداربە ل ئەنجامێ دووجاکرنا $x+3$ و ئەنجامێ دووجاکرنا $(x-3)$

$$\begin{aligned}(x+3)^2&=(x+3)(x+3)\\&=x^2+3x+3x+9\\&=x^2+6x+9\\&=x^2+2\times3\times x+3^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(x-3)^2&=(x-3)(x-3)\\&=x^2-3x-3x+9\\&=x^2-6x+9\\&=x^2-2\times3\times x+3^2\end{aligned}$$

دووجای تەواو

شیتەڵکرنادووجایا تەواو

$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$ $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$

بەری خۆ بدێ $x^2 + 6x + 9 = (x+3)^2$ و $x^2 - 6x + 9 = (x-3)^2$

نموونە 6

ڤان بڕان شیتەلبکە

أ $x^4 - 16$ ب $4x^2 - 24x + 36$

شیکار

أ
$$x^4 - 16 = (x^2+4)(x^2-4)$$
$$= (x^2+4)(x+2)(x-2)$$

ب
$$4x^2 - 24x + 36 = 4(x^2 - 6x + 9)$$
$$= 4\left[x^2 - 2\times 3\times x + 3^2\right]$$
$$= 4(x-3)^2$$

هەوڵبدە ڤان بڕان شیتەڵبکە $9x^2 - 49$ و $3x^2 - 6x + 3$.

شیکارکرنا هاوکێشەیێن دووجایی ب شیتەڵکرنێ

هندەک جاران ئەم دشێین شیتەڵکرنێ بکاربینین بۆ شیکارکرنا هاوکێشێ

سیفەتێ لێکدانا سفرێ

هەکە $p \times q = 0$ دێ $p = 0$ یان $q = 0$

شێوەیێ گشتی بۆ هاوکێشا دووجایی ب ئەڤی جۆری دهێتە نڤیسین $ax^2 + bx + c = 0$ هەکە تو بشێی $ax^2 + bx + c$ شیتەڵبکەی، دێ شێی هاوکێشێ شیکاربکەی بجهئینانا سیفەتێ سفرێ. چەوا لێکدانا سفرێ بجهدئینی؟

بڕێ شیتەڵبکە و ئەنجامێ لێکدانا وان کۆلکان یەکسانبکە ب 0 .

نموونە 7

هاوکێشەیا $x^2 + 6x = -5$ شیکاربکە.

شیکار

ل دەستپێکێ هاوکێشێ لسەر شێوەیێ گشتی بنڤیسە $x^2 + 6x + 5 = 0$ بڕێ $x^2 + 6x + 5$ شیتەڵبکە $x^2 + 6x + 5 = (x+5)(x+1)$ پاشێ $(x+5)(x+1) = 0$ بنڤیسە (یەکسان بکە ب سفرێ).

چەوا هەردوو رەگێن هاوکێشا $(x+5)(x+1) = 0$ دیاردکەی؟

بکارئینانا سیفەتێ سفرێ، هاوکێشا دوماهیکێ ڤان هەردوو هاوکێشان ددەت $(x+5) = 0$ یان $(x+1) = 0$ یان $x = -5$ یان $x = -1$ ئانکو -5 و -1 دوو رەگێن هاوکێشێنە.

نموونە 8 سیفەتێ لێکدانا سفرێ بکاربینە بۆ شیکارکرنا ڤان هاوکێشەیان

أ $2x^2 - 11x = 0$ ب $x^2 - 14x + 45 = 0$

شیکار

أ $2x^2 - 11x = 0$

$x(2x - 11) = 0$

$x = 0$ یان $2x - 11 = 0$

$x = 0$ $x = \frac{11}{2}$

ب $x^2 - 14x + 45 = 0$

$(x-5)(x-9) = 0$

$x - 5 = 0$ یان $x - 9 = 0$

$x = 5$ $x = 9$

هەوڵبدە سیفەتێ لێکدانا سفرێ بکاربینە بۆ شیکارکرنا ڤان هاوکێشان

أ $3x^2 + 12x = 0$ ب $x^2 + 4x - 21 = 0$

هزرکرنەکا رەخنەگر بسەلمینە کو هاوکێشا $ax^2 + bx = 0$ دەمێ $a \neq 0$ دوو رەگ هەنە 0 و $-\frac{b}{a}$

نموونە 9 هەکە ئەم بزڤرینە نموونا حەودێ کو ل دەستپێکا وانێ بەحسێ وێ هاتیەکرن، ژمارا ئاستێن حەودێ چەندە؟ هەکە ژمارا شەشپالووان 66 بیت؟

شیکار

هاوکێشە $2n^2 - n = 66$ شیکاربکە ب شیتەڵکرنێ. — هاوکێشێ ب شێوێ گشتی بنڤیسە

$2n^2 - n - 66 = 0$ — بڕەی $2n^2 - n - 66 = 0$ شیتەڵبکە.

$(2n + 11)(n - 6) = 0$ — سیفەتێ لێکدانا سفرێ بکاربینە

$2n + 11 = 0$ یان $n - 6 = 0$

$n = -5.5$ دهێتە لادان (یاخکرن) چونکی نابیت ژمارا ئاستان ژمارەکا سالب بیت، ڤێجا $n = 6$ یا دروستە.

راهێنان

بەردەوامبوون دبیرکیاریێدا

1 چەوا m و n دئینەدەر هەکە $x^2 + 34x + 285 = (x+m)(x+n)$ ؟

2 چی دزانی دەربارەی شیتەڵکرنا برێ دووجای $x^2 + bx + c$ ل دەمێ c یێ مووجەب بیت؟ دەمێ c یێ سالب بیت؟ نیشانا b چی زانیاریێ دیاردکەت ل هەر بارەکێ (حالەتەکێ) ژ وان؟

3 چی دشیاندایە بێژی دەربارەی b و c هەکە ئەنجامێ لێکدانا وان سفر بیت $(bc = 0)$ ؟

راهێنانێن ئاراستە کری

ڤان برێن دووجای شیتەڵبکە.

4 $2x^2 - 8x$

5 $2x^2 - 6x$

6 $5x^2 - 15x$

7 $4x(x+3) - 7(x+3)$

8 $3(4b+7) - 2b(4b+7)$

9 $8d(9d-5) + 3(9d-5)$

10 x^2+5x+6

11 x^2+8x+7

12 x^2-5x+4

13 $x^2-4x-12$

14 $x^2-9x-36$

15 $x^2+10x-24$

16 $2x^2+9x+10$

17 $3x^2+5x+2$

18 $5x^2+13x-6$

19 $8x^2+24x-14x-42$

20 $12x^2+21x-8x-14$

21 $72x^2-56x-36x+28$

22 x^2-81

23 $2x^2-8$

24 $16x^2-25$

25 $x^2+8x+16$

سیفەتیێ لێکدانا سفرێ بکاربینە بۆ شیکارکرنا ڤان هاوکێشان.

26 $x^2+7x=0$

27 $x^2+6x+9=0$

28 $x^2+3x-10=0$

29 ئەندازە: ئازادی هندەک خاڵ ب 63 پارچە ڕاستەهێلان دگەل ئێکدوو گەهاندن، ژمارا خاڵان چەندە؟ هەکە بزانی گەهاندنا n خاڵان پێدڤی ب $\frac{n(n-1)}{2}$ پارچە راستەهێلان هەیە؟

ڕاهێنان و بجهئینان

ڤان بڕان شیتەڵبکە:

30 $3x+6$

31 $3x^2+18$

32 $10n-n^2$

33 $x-4x^2$

34 $6x-2x^2$

35 $3x^2-15x$

36 $5x(x-2)-3(x-2)$

37 $(x+3)(2x)+(x+3)7$

ڤان بڕان شیتەلبکە:

38 $x^2-16x+15$

39 $x^2+8x+16$

40 $x^2-26x+48$

41 $x^2+4x-32$

42 $x^2+7x-30$

43 $x^2-10x-24$

44 $-22x-48+x^2$

45 $2x-x^2-24$

46 $x^2-56-10x$

47 $56+10x-x^2$

48 $30+x-x^2$

49 $24+10x-x^2$

50 $3x^2+10x+3$

51 $2x^2+5x+2$

52 $2x^2+3x+1$

53 $3x^2+7x+2$

54 $12x^2-3x-9$

55 $3x^2-5x-2$

سیفەتێ لێکدانا سفرێ بکاربینە بۆ شیکارکرنا ڤان هاوکێشان

56 $15x^2 = 7x + 2$

57 $3x^2 - 5x = 2$

58 $4x - 4 = -15x^2$

59 $3x^2 + 3 = 10x$

60 $2x^2 - 15 = -7x$

61 $6x^2 - 17x = -12$

62 $x^2 - 36 = 0$

63 $t^2 - 9 = 0$

64 $x^4 - 81 = 0$

65 $x^4 - 1 = 0$

66 $4x^2 - 9 = 0$

67 $25x^2 - 16 = 0$

68 $x^2 - 2x + 1 = 0$

69 $x^2 + 4x + 4 = 0$

70 $9x^2 = -6x - 1$

71 $4x^2 + 1 = 4x$

72 $-4 + 20x - 25x^2 = 0$

73 $40x + 25 = -16x^2$

74 $64 + 16x + x^2 = 0$

75 $9 - 6x + x^2 = 0$

شیتەڵکرنێ و سیفەتێ لێکدانا سفرێ بکاربینە بۆ شیکارنا ڤان هاوکێشان

76 $x^2 - 7x + 10 = 0$

77 $t^2 - 2t - 15 = 0$

78 $4x^2 + 4x - 24 = 0$

79 $6x^2 + 3x - 9 = 0$

80 $t^2 + 7t - 60 = 0$

81 $x^2 - 15x + 56 = 0$

82 $x^2 + 8x + 12 = 0$

83 $x^2 - 3x - 40 = 0$

84 $6x^2 + 20x - 16 = 0$

85 $4x^2 - 8x + 3 = 0$

برهنگاری

ڤان بڕان شیتەڵبکە.

86 $(a+b)^4 - (a-b)^4$

87 $x^{2n} - 1$

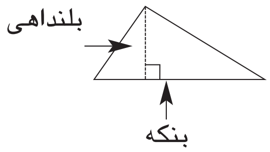
88 $x^{2n} - 2x^n + 1$

گرێدان

ئەندازە: رێسایا هەژمارتنا رووبەرێ سێگۆشێ دبیتە $A = \frac{1}{2}bh$. کو (A) رووبەرە، b درێژیا بنکێ وێیە، h بلنداهیا وێیە، ڤان پێزانینان بکاربینە بۆ شیکارکرنا راهێنانێن 89 و 90 .

89 بلنداهیا سێگۆشێ بینەدەر هەکە رووبەرێ وێ $42\ cm^2$ بیت وبنکێ وێ ب 5 cm زێدەتر بیت ژ بلنداهیا وێ.

90 درێژیا بنکێ سێگۆشێ بهەژمێرە هەکە رووبەرێ وێ $12\ cm^2$ بت و بلنداهیا وێ ب 5 cm کێمتر بیت ژ درێژیا بنکێ وێ.



لێنێرینەك بۆ پاش

ڤان لاسەنگەیان شیکاربکە و کۆمەلا شیکارێ لسەر هێلا ژماران بنوێنە.

91 $2x - 4 > 12 + 5x$

92 $2x - \frac{3}{4} \geq 7$

93 $3(3x+7)-12 \le 8-(\frac{1}{2}x+9)$

94 $-2(\frac{2}{3}x+5)-13<0$

لێکبدە.

95 $(3x+4)(-x-5)$

96 $(-2x+9)(-4x+7)$

97 $(\frac{1}{3}x+\frac{1}{4})(-5x-2)$

لێنیرینەك بۆ پێش

هەکە چێبیت ڤان برێن دووجای شیتەڵبکە.

98 $(x+2)^2-4$

99 $(x+9)^2+36$

100 $(x-1)^2-16$

وانە 3

شیکارکرنا هاوکێشەیا دووجای ب یاسایێ

Solving Quadratic Equation By Formula

بۆچی

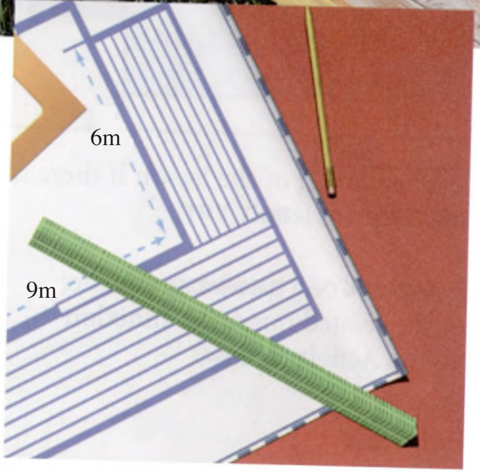
ئەم دشێین بکارئینانا یاسایێ گەلەک هاوکێشەیێن دووجای ئەوێن پەیوەندی ب ژیانا رۆژانە هەین شیکاربکەین وەکی هەژمارتنا دوورێن رێڕەوێ ئاڤاهیەکی.

ئارمانج

- چەوا یاسایێ بکاردئینین بۆ دەرئینانا رەگێن راستی یێن هاوکێشەیەکا دووجای.

بجهئینان

بیناسازی



نزاری برپاردا رێڕەوەکێ (ممر) نەگۆڕ لسەر درێژیا دوو لایێن مالا خۆ دروستبکەت. نزاری کەرەستە هەنە بۆ دروستکرنا رێڕەوەکی ڕووبەرێ وی $54m^2$ بیت. ئەرێ دڤێت پانیا ئەڤی رێڕە وی چەندبیت؟ تو دکاری یاسایا هاوکێشەیا دووجای بکاربینی بۆ شیکارکرنا ڤێ پرسیارێ.

زانایێن بیرکارییێ یاسایەک دانان بۆ شیکارکرنا هاوکێشەیا دووجای لسەر شێوەیێ گشتی $ax^2+bx+c=0$ ئەڤ یاسایا برەوکێ گرنگ بکاردئینیت ناڤێ وی جۆداکەرە (جیاکەرەوە).

جوداکەر

بڕێ $\Delta=b^2-4ac$ دبێژنێ جوداکەرێ هاوکێشا دووجایی $ax^2+bx+c=0$ دەمێ $a\neq 0$.

شیکارکرنا هاوکێشەیا دووجای ب یاسایێ

جوداکەر	ژمارا ڕەگان د کۆمەڵا ژمارەیێن ڕاستیدا
$\Delta > 0$	هاوکێشێ دوو ڕەگێن ڕاستی و جیاواز هەنە و دبنە: $x_1 = \frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ و $x_2 = \frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$
$\Delta = 0$	هاوکێشێ دوو ڕەگێن یەکسان هەنە $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$
$\Delta < 0$	هاوکێشێ ڕەگ نینن دکۆمەڵا ژمارێن ڕاستیدا

نموونە 1 **یاسایێ بکاربینە بۆ شیکارکرنا هاوکێشەیا $x^2 + 5x - 14 = 0$**

شیکار

هەکە $x^2 + 5x - 14 = 0$ بەراوردبکەی دگەل شێوێ گشتی یێ هاوکێشەیا دووجای $ax^2 + bx + c = 0$ دێ بینی $a = 1$ و $b = 5$ و $c = -14$.

هاوکێشێ ب ڤی شێوەی شیکاربکە:

1. جوداکەری بهەژمێرە ب لجهدانانا بهایێ هەر هاوکۆلکەکی، $\Delta = b^2 - 4ac$.

$$\Delta = 5^2 - 4 \times 1 \times (-14) = 25 + 56 = 81$$

2. چونکی جوداکەر یێ مووجەبە، هاوکێشێ دوو ڕەگێن ڕاستی و جیاواز هەنە دبنە:

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a} = \frac{-5+\sqrt{81}}{2} = 2 \quad ، \quad x_2 = \frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a} = \frac{-5-\sqrt{81}}{2} = -7$$

هەوڵبدە یاسایێ بکاربینە بۆ شیکارکرنا هاوکێشا $x^2 - 7x + 6 = 0$

خاڵا چاڤدێریێ: هاوکێشا $x^2 + 5x - 14 = 0$ ب شیتەڵکرنێ شیکاربکە بۆ ساخکرنا بەرسڤا نموونە **1**.

نموونە 2 **یاسایێ بکاربینە بۆ شیکارکرنا هاوکێشا $4x^2 = 8 - 3x$ ، هەردوو ڕەگێن وێ ب تمامی بنڤیسە پاشی نێزیکبکە بۆ نێزکترین دەهێك..**

شیکار

هاوکێشا $4x^2 = 8 - 3x$ ب شێوێ گشتی بنڤیسە، دێ $4x^2 + 3x - 8 = 0$ ب دەست تەکەڤیت.

هاوکۆلکێن وێ دبنە: $a = 4$ و $b = 3$ و $c = -8$.

جوداکەری بهەژمێرە ب لجهدانانێ، $\Delta = b^2 - 4ac = 3^2 - 4 \times 4(-8) = 9 + 128 = 137$

هاوکێشێ دوو رەگێن جیاواز هەنە چونکی جوداکەر یێ مووجەبە و ئەڤ هەر دوو رەگە دبنە:

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \quad , \quad x_2 = \frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-3+\sqrt{137}}{8} \quad , \quad = \frac{-3-\sqrt{137}}{8}$$

$$\approx 1.1 \quad , \quad \approx -1.8$$

هەوڵبدە یاسایێ بکاربینە بۆ شیکارکرنا هاوکێشا $2x^2 - 6x = -3$ هەردوو رەگان ب تمامی بینەدەر، پاشی نیزیکبکە بۆ نێزیکترین دەهێك.

نموونە 3 یاسایێ بکاربینە بۆ شیکارکرنا هاوکێشا $x^2 - 3x + 6 = 0$.

شیکار

هاوکۆلکە دبنە: $a = 1$ و $b = -3$ و $c = 6$.

جوداکەری ب لجهدانانێ ب هەژمێرە: $\Delta = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \times 1 \times 6 = 9 - 24 = -15$

هاوکێشێ شیکار نینە دکۆمەڵا ژمارێن راستیدا چونکی جوداکەر یێ سالبە.

هەوڵبدە ڤێ هاوکێشێ شیکاربکە $4x + 2 = -3x^2$

نموونە 4 ڤێ هاوکێشێ شیکاربکە $3x^2 + 12 = 12x$

شیکار

هاوکێشەیا دووجای لسەر شێوێ گشتی بنڤیسە: $3x^2 - 12x + 12 = 0$

جوداکەری بهەژمێرە ب لجهدانانێ: $\Delta = (-12)^2 - 4 \times 3 \times 12 = 144 - 144 = 0$

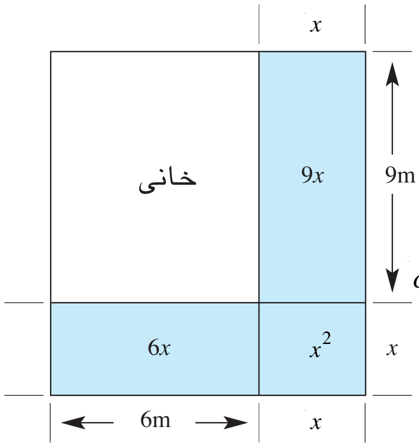
هاوکێشێ دوو رەگێن یەکسان هەنە، چونکی $\Delta = 0$

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a} = \frac{12}{6} = 2$$

هەوڵبدە ڤێ هاوکێشێ شیکاربکە $x^2 - 14x = 49$

نموونە 5

ھەکە ئەم ڤەگەڕێینە دەستپێکا وانیێ.پانیا ڕێڕەویێ دیاربکە ھەکە نزاری کەرەستێن پێدڤی ھەبن بۆ چێکرنا 54 مەترێن دووجا.



شیکار

جێبەجێکردن

ئەو بڕێ ڕووبەری دنوێنیت دبیتە

$A(x)=x^2+9x+6x=x^2+15x$ داخوازێ دبتە شیکارکرنا

هاوکێشا $x^2+15x=54$. هاوکێشێ لسەر شێوێ گشتی

بنڤیسە و هاوکۆلکێن وێ دیاربکە $a=1$ و $b=15$ و $c=-54$

جوداکەرێ ڤێ هاوکێشێ بھەژمێرە.

$$\Delta=b^2-4ac=225-4\times1\times(-54)=441$$

هاوکێشێ دوو رەگێن جیاواز هەنە چونکی جوداکەری مووجەبە، ودبنە:

$$x_1=\frac{-15+\sqrt{441}}{2}=3 \qquad x_2=\frac{-15-\sqrt{441}}{2}=-18$$

بەرسڤ 3 یە چونکی 18– نەیا رەوایە. پانیا ڕێڕەوێ نابیت ژمارەکا سالب بیت.

راهێنان

بەردەوامبوون د بیرکارییدا

1 ڕوونبکە چەوا یاسایا هاوکێشەیا دووجای بکاردئینی بۆ شیکارکرنا هاوکێشا $x^2+2x-3=0$.

راهێنانێن ئاراستەکری

یاسایێ بکاربینە بۆ دیارکرنا هەردوو رەگێن هاوکێشێ:

2 $x^2-5x+4=0$ **3** $2x^2-5x=3$

راهێنان و بجهئینان

یاسایێ بکاربینە بۆ شیکارکرنا هاوکێشەیا دووجای. شیکارێن تمام بنڤیسە. بێی نێزیکرن:

4 $x^2+7x+9=0$ **5** $x^2+6x=0$

6 $(x+1)(x-2)=5$ **7** $(x-4)(x+5)=7$

8 $t^2-9t+5=0$ **9** $x^2-3x-1=0$

10 $x^2+9x-2=-16$ **11** $x^2-5x-6=18$

12 $5x^2+16x-6=3$ **13** $4x^2=-8x-3$

14 $3x^2 - 3 = -5x - 1$

15 $x^2 + 3x = 2 - 2x$

16 $x^2 + 6x + 5 = 0$

17 $x^2 + 10x = 5$

18 $-2x^2 + 4x = -2$

19 $5x^2 - 2x - 3 = 0$

20 $-6x^2 + 3x + 19 = 0$

21 $-x^2 - 3x + 1 = 0$

لێنێرینەك بۆ پاش

ئەنجامێ لێکدانا دوو ژماران دبیتە ٩٠. ئێك ژ وان هەردوو ژماران زێدەترە ب(٣)ی ژ دووجارانی یی دووێ. هاوکێشەکێ بنڤیسە بۆ نواندنا ڤی کەتواری، پاشی شیکاربکە بکارئینانا سیفەتێ لێکدانا سفرێ. شیتەڵکرنێ و سیفەتێ لێکدانا سفرێ بکاربینە بۆ شیکارکرنا هەر هاوکێشەکێ.

22 $x^2 - 9x = 0$

23 $4x^2 = 64$

24 $4x^2 - 4x + 1 = 0^{25}$

25 $x^2 - 3x + 10 = 0$

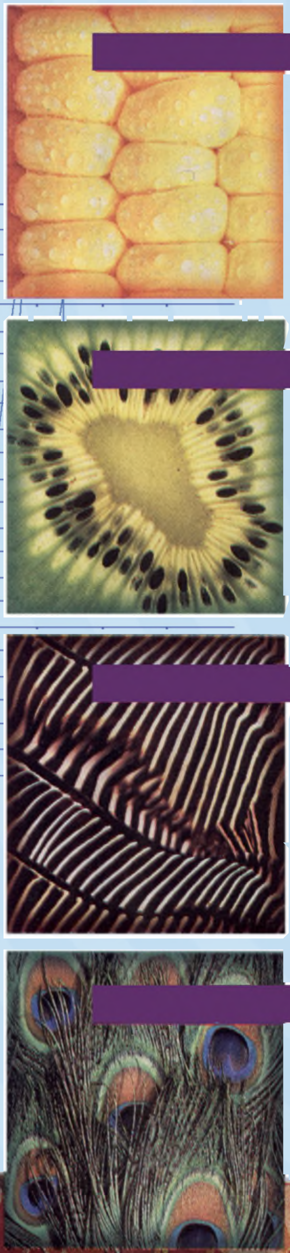
لێنێرینەك بۆ پێش

26 ئەرێ تو دکاری شیکارەکێ دکۆمەڵا ژمارێن راستیدا دیاربکەی بۆ هاوکێشەیا $2x^2 + 5x + 6 = 0$ ؟ روونبکە بکارئینانا یاسایا شیکارکرنا هاوکێشەیا دووجای.

بەشێ 2

هێز و رەگ

Powers and Radicals



مرۆڤان ژ مێژدا هێز و رەگ دناسین. ل دەستپێکێ بتنێ هێزا ژمارا تەواو ب توانەکا تەواوا مووجەب دناسین ب هۆیێ لێکدانێ. و رەگێن بکارئینایین بتنێ رەگێ دووجای بوو و پاشی رەگێ سێجای.

مرۆڤ تووشی ئاستەنگێن مەزن دبوون دەمێ لێکدانا هێزان و رەگان ئەنجامددان، دگەل پێشکەفتنا گەشتیاریێ و گەر دوونناسیێ، پێدڤیاتی بجهئینانا کردارێن هەژمارتنێ یێن ئالۆزکو هێز تێدا زێدەتر بوو.

زانایێن بیرکاریێ ل ماوەیەکی درێژ کارکرن لسەر گوهۆڕینا کردارێن لێکدانێ بۆ کردارێن کۆمکرنێ یێن بلەز، و ل ئەوی کاری بسەرکەفتن بکارئینانا چەمکێ لۆگاریتم.

وانە

1. هێز
2. رەگ
3. لۆگارتم

وانە 1

هێز Powers

بۆچی

زانایێن گەردوونناسی هێزان بکاردئینن بۆ دەربڕینا دووریێن مەزن، وەکی دووریێ ل ناڤبەرا ئەردێ وستیرا باز [سديم النسر]. (نموونە 5)

ئارمانج

- ب سادەترین شێوە ئەو برێن هێز تێدا ئەم د نڤیسین.
- شێوێ زانستی یێ ژماران بکاردئینین.

هێز ئەو برەنە لسەر شێوێ a^n هێنە نڤیسین، دەمێ a ژمارەکا راستی بیت ژ بلی سفری، و دبێژنێ بنچینەیێ هێزێ، و n ژمارەکا تەواوە دبێژنێ توانا هێزێ.

هەکە n ژمارەکا تەواوا مووجەب بیت، a^n رامانا وێ ئەوە کو a دگەل خویا لێکداییە n جاران.

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \ldots \times a}_{n \text{ جاران}}$$

شێوێ توانەیی	بنچینە	شێوێ درێژ
$-2x^3$	x	$-2(x \times x \times x)$
$-(2x)^3$	$2x$	$-(2x)(2x)(2x)$
$(-2x)^3$	$-2x$	$(-2x)(-2x)(-2x)$

نموونە 1

ڤان بران لسەر شێوێ درێژ بینڤیسە

شیکار

أ $(4y)^3$

$(4y)^3$

$(4y)(4y)(4y)$

$4y$ بنچینەیە و توان 3 یە

$4y$ دگەل خۆ یا لێکداییە 3 جاران.

ب $-a^3$

$-a^2$ بنچینە a وتوان 3 یە

$-(a \times a \times a)$ a دگەل خۆ یا لێکدایيە 3 جاران

ج $2y^2(x-3)^3$

$2y^2(x-3)^3$ ڤێ برێ دوو بنچینە هەنە: y و $x-3$، y دگەل خۆ یا لێکدایيە (٢) جاران، $x-3$ دگەل خۆ یا لێکدایيە (٣) جاران

$2(y)(y)(x-3)(x-3)(x-3)$

هەوڵبدە ڤان بڕان لسەر شێوێ درێژ بنڤیسە

أ $(2a)^5$ ب $3b^4$ ج $-(2x-1)3y^2$

ئەو هێزێن توانا وان سفر یان ژمارەکا تەواوا سالب

هەر b ، a چ ژمارێن ڕاستی بن ژ بلی سفرێ، n ژمارەکا تەواوا مووجەب بیت.

ب پەیڤان	ب ژماران	ل جەبرێ
سیفەتێ توانا سفرێ: ژمارەکا ڕاستی ژ بلی **0** ب توانا **0** د بیتە **1** .	$100^0 = 1$	$a^0 = 1$
سیفەتێ توانا سالب: هێزا ژمارەکا ڕاستی ژ بلی **0** ب توانا سالب دبیتە هێزا وەرگێڕایێ وێ ژمارێ ب توانەکا یەکسان ب دژێ توانا بنچینەی.	$7^{-2} = \left(\frac{1}{7}\right)^2 = \frac{1}{7^2}$ $\left(\frac{3}{2}\right)^{-4} = \left(\frac{2}{3}\right)^4$	$a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n = \frac{1}{a^n}$ $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$

نموونە 2 ڤان براں ب سادەترین شێوە بنڤیسە

أ 2^{-3}

ب $-\left(\frac{3}{4}\right)^{-4}$

$\frac{1}{2^3}$ وەرگێڕایێ ژمارە 2 دبیتە $\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2\times2\times2}=\frac{1}{8}$

$-\left(\frac{4}{3}\right)^{4}$ وەرگێڕایێ ژمارە $\frac{3}{4}$ دبیتە $\frac{4}{3}$

$-\frac{4}{3}\times\frac{4}{3}\times\frac{4}{3}\times\frac{4}{3}=-\frac{256}{81}=-3\frac{13}{81}$

هەوڵبدە ڤان براں ب سادەترین شێوە بنڤیسە

أ $\left(\frac{1}{3}\right)^{-4}$

ب $(-5)^{-5}$

تو دشێی سیفەتێن هێزان بکاربینی بۆ نڤیسینا وان برێن هێز تێدا لسەر سادەترین شێوە.

سیفەتێن هێز

بلا a و b دوو ژمارێن راستی بن ژ بلی سفرێ 0 ، m و n دوو ژمارێن تەواو بن.

ب پەیڤان	ب ژماران	ب جەبری
سیفەتێ لێکدانا هێزان: بۆ لێکدانا دوو هێزان هەمان بنچینە هەبن هەردوو توانێن وان کۆمبکە.	$4^3\times4^2=4^{3+2}=4^5$	$a^m\times a^n=a^{m+n}$
سیفەتێ دابەشکرنا هێزان: دا هێزەکێ دابەشبکەی لسەر هێزەکا دی هەمان بنچینە هە بن، توانا یا دووێ ژ توانا یا ئێکێ دەربکە.	$\frac{3^7}{3^2}=3^{7-2}=3^5$	$\frac{a^m}{a^n}=a^{m-n}$
سیفەتێ هێزا هێزێ: دا هێزەکا توانا وێ m (بلند بکەی) بۆ توانا n ، هەردوو توانان لێکبدە.	$\left(4^3\right)^2=4^{3\times2}=4^6$	$\left(a^m\right)^n=a^{mn}$
سیفەتێ هێزا ئەنجامێ لێکدانێ: دا ئەنجامێ لێکدانا دوو ژمارێن بلندکری بۆ توانەکا دیارکری بینیەدەرێ هەر ئێکێ ژ وان هەردوو ژماران بلند بکە بۆ وێ توانێ. پاشی هەردوو هێزێن ئەنجامدای لێکبدە.	$(4\times3)^2=4^2\times3^2$	$(a\times b)^n=a^n\times b^n$
سیفەتێ هێزا ئەنجامێ دابەشکرنێ: دا ئەنجامێ دابەشکرنا دوو ژمارێن بلندکری بۆ توانەکا دیارکری بینیەدەرێ هەر ئێکێ ژ وان هەردوو ژماران بلندبکە بۆ وێ توانێ، پاشی هەردوو هێزان دابەشبکە.	$\left(\frac{3}{5}\right)^2=\frac{3^2}{5^2}$	$\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}$

برەکێ جەبری دێ لسەر سادەترین شێوە بیت، دەمێ هێزا توانا وێ سالب و هێمایێن خرڤەکرنێ و رادێن لێکچووی تێدا نەبن.

نموونە 3

هەر برەکێ ب سادەترین شێوە بنڤیسە، وەسا دانە کو هەمو گۆڕاو جیاوازن ژ سفرێ.

أ $2x^3(-5x)$

$2(-5)x^3x^1$

$-10x^{3+1}$ سیفەتێ لێکدانا هێزان

$-10x^4$

ب $\left(\frac{ab^4}{b^7}\right)^2$

$(ab^{4-7})^2=(ab^{-3})^2$ سیفەتێ دابەشکرنا هێزان

$=a^2\left(b^{-3}\right)^2$ سیفەتێ هێزا ئەنجامێ لێکدانێ

$=a^2b^{(-3)\times 2}$ سیفەتێ هێزا هێزێ

$a^2b^{-6}=\frac{a^2}{b^6}$ سیفەتێ توانا سالب

هەولبدە

هەر برەکێ ب سادەترین شێوە بنڤیسە، وەسا دانە هەموو گۆڕاو جیاوازن ژ سفرێ.

أ $\left(5x^6\right)^3$ ب $\left(-2x^3y\right)^{-3}$

شێوێ زانستی بۆ ژمارەکێ، ئانکو نڤیسینا ژمارەکیە بکارئینانا هێزێن ژمارە 10 وەکی ڤ شێوەیێ $m\times10^n$ دەمێ m ژمارەکا راستی بیت پاسادانا مەرجێ $1\le m<10$ بکەت و n ژمارەکا تەواو بیت.

شێوێ زانستی	ڤەگوهاستنا فا رێزا دەهی	شێوێ ژمارەی
1.275×10^7	فاریزێ 7 خانان بۆ لایێ راستێ ڤەگوهێزە	12 750 000
3.5×10^{-7}	فاریزێ 7 خانا بۆ لایێ راستێ ڤەگوهێزە	0.00000035

تو دکاری یاسایێن هێزان بکاربینی بۆ کردارێ هەژمارتنێ لسەر وان ژمارێن ب شێوێ زانستی هاتینە نڤیسین.

نموونە 4

هەر برەکێ ب سادەترین شێوە بنڤیسە، بەرسڤان لسەر شێوێ زانستی بنڤیسە.

شیکار

أ $\frac{9.1\times10^{-3}}{1.3\times10^8}$

$\left(\frac{9.1}{1.3}\right)\times\left(\frac{10^{-3}}{10^8}\right)$

7.0×10^{-11} 9.1 لسەر 1.3 دابەشبکە و توانێن وان لێکدەربکە $-3-8=-11$

ب $\left(3.5\times10^{8}\right)\left(5.2\times10^{5}\right)$

$(5.2)(3.5)\times\left(10^{8}\right)\left(10^{5}\right)$

18.2×10^{13}

1.82×10^{14}

(5.3) لێكبدە دگەل (5.2) هەردوو توانان كۆمبكە $8+5=13$
چونكی $18.2>10$ فاریزێ بۆ لایێ راستێ ڤەگوهێزە و (1) ێ زێدە بكە بۆ توانێ.

هەوڵبدە هەر برەكێ ب سادەترین شێوە بنڤیسە، بەرسڤان لسەر شێوێ زانستی بنڤیسە.

أ $\dfrac{2.325\times10^{6}}{9.3\times10^{9}}$ ب $\left(4\times10^{-6}\right)\left(3.1\times10^{-4}\right)$

نموونە 5

بجهێنان لسەر شیكاركرنا پرسیاران.

تیرێژێ رۆژێ بلەزا 3×10^{5} km/*sec* ب نێزیكی دبڕت، چەند دەم بۆ تیرێژێ رۆژێ دڤێت دا دوورییا ل ناڤبەرا رۆژ و مشتەری ببڕت.

1. تێبگەهە ل پرسیارێ.

داخوازی دبیتە هەژمارتنا دەمێ پێدڤی كو تیرێژ ژ رۆژێ دەردكەڤت هەتا بگەهیتە مشتەری.

خشتەیەكی بۆ زانیارێن گرنگ دروستبكە.

- لەزا تیرێژێ ل بۆ شایێ دبیتە 3×10^{5} km/*sec* .
- دووری لناڤبەرا رۆژ و مشتەری دبیتە 7.8×10^{11} m .

دووری لناڤبەرا رۆژ و هەساران ب مەتران	
هەسار	دووری
عەتارد	5.8×10^{10}
ڤینۆس	1.1×10^{11}
عەرد	1.5×10^{11}
مەریخ	2.3×10^{11}
موشتەری	7.8×10^{11}
زوحەل	1.4×10^{12}
ئۆرانۆس	2.9×10^{12}
نیبتۆن	4.5×10^{12}
بلۆتۆ	5.9×10^{12}

2. پلانێ دانە بۆ شیكاركرنا پرسیارێ

ئەو پەیوەندیا لەزێ و دووریێ ودەمی پێكڤە گرێددەت بكاربینە.

لەز= $\dfrac{\text{دووری}}{\text{دەم}}$ ، ئانكو دەم= $\dfrac{\text{دووری}}{\text{لەز}}$

3. دەستپێبكە ب گوهۆرینا لەزا تیرێژێ ژ $\dfrac{\text{كیلۆمەتر}}{\text{چركە}}$ **بۆ** $\dfrac{\text{مەتر}}{\text{خولەك}}$ **ل شیكاركرنا پرسیارێ.**

$3\times10^{5}\dfrac{km}{sec}\left(\dfrac{10^{3}m}{1km}\right)\left(\dfrac{60sec}{1min}\right)$

10^{3} m $=1000$ m بۆ هەر كیلۆمەترەكێ

$(3\times60)\times\left(10^{5}\times10^{3}\right)\dfrac{m}{min}$

180×10^{8} m/min$=1.8\times10^{10}$ m/min

ڤێجا لەزا تیرێژێ دبیتە 1.8×10^{10} مەتر دخولەکەکێدا.

نهۆکا پەیوەندیا ل ناڤبەرا لەزێ و دووریێ و دەمی بکاربینە بۆ هەژمارتنا ژمارا وان خوڵەکێن پێدڤی کو تیرێژ ژ رۆژێ بگەهتە مشتەری.

$$\text{کات} = \frac{\text{دووری}}{\text{خێرایی}} = \frac{7.8\times10^{11}}{1.8\times10^{10}} \approx 43.33$$

4. **یا سەدانبکە** تیرێژێ رۆژی پێدڤی ب 43.33 خوڵەکان هەیە ب نێزیکی دا دووریا ناڤبەرا رۆژ و مشتەری ببڕت. چونکی تیرێژ ب لەزا 3×10^5 km/s دچیت و پێدڤی ب $43.33\times60\approx2600$ چرکە ب نێزیکی هەیە بۆ بڕینا دووریا ناڤبەرا رۆژێ و مشتەری، ڤێجا ئەڤ دووریە دبیتە.

$$3\times10^5\times2600 = 7.8\times10^8$$

7.8×10^8 km یان 7.8×10^{11} m ڤێجا بەرسڤ یا دروستە.

هەوڵبدە تیرێژێ رووناهیێ پێدڤی ب چەند خولەکان هەیە کو ژ رۆژێ بگەهێتە عەردی؟

راهێـــــــنـــــــان

بەردەوامبوون د بیرکارییێدا

1 بێژە کەنکی چێدبیت ژمارێ لسەر شێوەێ زانستی بنڤیسی.

راهێنانێن ئاراستەکری

هەر برەکێ لسەر شێوێ درێژ بنڤیسە.

2 $4(a-b)^2$ **3** $(12xy)^4$ **4** $-x^2(-2y)^5$ **5** $\left(-\frac{1}{2}b\right)^3$

هەر برەکێ ب سادەترین شێوە بنڤیسە.

6 $\left(-\frac{3}{5}\right)^{-2}$ **7** 5^0 **8** $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-3}$ **9** 10^{-1}

هەر برەکێ ب سادەترین شێوە بنڤیسە وەسادانە کو هەموو گۆڕاو جیاوازن ژ سفرێ.

10 $\left(-3a^2b^3\right)^2$ **11** $c^3d^2\left(c^{-2}d^4\right)$ **12** $\frac{5uv^6}{u^2v^2}$ **13** $10\left(\frac{y^5}{x^2}\right)^2$

14 $-2s^{-3}t\left(7s^{-8}t^5\right)$ **15** $-5m\left(mn^2\right)^3$ **16** $\frac{(4b)^2}{2b}$ **17** $\frac{x^{-1}y^{-2}}{x^3y^{-5}}$

هەر برەکێ ب سادەترین شێوە بنڤیسە، بەرسڤان لسەر شیوێ زانستی بنڤیسە.

18 $(2.2\times10^5)\times(4.5\times10^{11})$ **19** $\frac{7.8\times10^8}{2.6\times10^{-3}}$ **20** $\frac{1.6\times10^{-3}}{4.0\times10^4}$

ڕاهێنان و بجهئینان

هەر برەکێ ب شێوێ درێژ بنڤیسە:

21 $(m+2n)^3$ **22** $5x^3$ **23** $(-9uv)^3w^4$ **24** $2x(-y^2-x)^2$

هەر برەکێ ب سادەترین شێوە بنڤیسە:

25 $(-4)^{-2}$ **26** $\frac{3}{4}^{-1}$ **27** $\frac{5}{2}^{-3}$ **28** -6^0

هەر برەکێ ب سادەترین شێوە بنڤیسە وەسادانە کو هەموو گۆڕاو جیاوازن ژ سفرێ:

29 $\frac{-100u^3v^{-5}}{25u^{-2}v^6}$ **30** $\left(-x^4y^2\right)^5$ **31** $\left(16u^4v^6\right)^{-2}$ **32** $8a^2b^5\left(-2a^3b^2\right)$

هەر برەکێ ب شێوێ زانستی بنڤیسە:

33 $\left(3.2\times10^6\right)\left(1.7\times10^{-4}\right)$ **34** $\frac{5.1\times10^4}{3.4\times10^{-5}}$ **35** $\left(6.8\times10^3\right)\left(9.5\times10^5\right)$

36 بژمێر: هەکە پرۆسێسەرێ بژمێرێ لەزا وی 5.4 گێگا هێرتز بیت، ئەو دشێت 5.4×10^9 کردارێن هەژمارتنێ بجهبینیت دچرکەکێدا. گوهۆڕینا فایلەکا Mp3 بۆ فایلەکا دەنگی پێدڤی ب 5.02×10^{11} کردارێن هەژمارتنێ هەیە. چەند خۆلەك دڤێن بۆ گوهۆڕینا ئەڤێ فایلێ. بەرسڤا خۆ نێزیکبکە بۆ نێزیکترین بەش ژ سەدێ ژ خۆلەکێ.

هەر کۆمەلەکا ژماران لسەر شێوێ هێزا(2) بنڤیسە، پاشی ژمارێن هەر کۆمەلەکێ ژ بچووکتر بۆ مەزنتر ڕێزبکە.

37 16^{-2}، 2^{-1}، 4^1 ، 8^2 **38** 8^{-2}، 4^2 ،-4^3،2^{-1} **39** 2^{-2}، 16^1، 4^0 ،-8^2

40 پێنگاڤێن جودا: دەریاچەیا میشیگان ل ئەمریکا باکوور 4.9×10^{15} لیتەرێن ئاڤێ ب نێزیکی تێدا هەنە. بۆڕیەك 0.044 لیتەرێن ئاڤێ دخۆلەکەکێدا درێژیت. چەند سال دڤێن هەتا ئەڤ بۆڕیە ئاڤا دەریاچەیا میشیگان ڤالابکەت؟

هەر برەکێ ب سادەترین شێوە بنڤیسە، وەسادانە کو هەموو گۆڕاوجیاوازن ژ سفرێ

41 $\left(\frac{3a^3b}{2a^{-1}b^2}\right)^2$ **42** $12x^0y^5\left(-2a^3b^2\right)$ **43** $\frac{72x^2y^3}{-24x^2y^5}$

44 $\left(\frac{5ab}{-3a^2}\right)^{-2}$ **45** $\left(6x^5y^3\right)\left(-3x^2y^{-1}\right)$ **46**

پیڤەر: ئەڤێن ل خوارێ بهەژمێرە.

47 یاردە وئینج دوو پیڤەرن بۆ درێژیێ ل بریتانیا بکاردهێن، یاردە دبیتە 36 ئینج.
چەند ئینجێن دووجا دیاردەکا دووجادا هەنە؟

48 چەند سەنتیمەترێن دووجا دمەترەکا دووجادا هەنە؟

49 ل بریتانیا پیڤەرێ سێێ یێ بۆ درێژیێ بکاردهێت دبێژنێ (پێ) هەر پێیەك دبیتە (12) ئینج. ژمارا ئینجێن سێجا د پێیەکی سێجا دا چەندە؟

50 ژمارا مەترێن سیجا د کیلومەترەکا سێجادا چەندە؟

هەر برەکێ ب سادەترین شێوە بنڤیسە، وەسادانە کو هەموو گۆڕاو جیاوازن ژ سفرێ:

51 $-a^2b^6\left(-7ab^{-4}\right)$

52 $\dfrac{14x^{-2}y^3}{-8x^{-5}y^5}$

53 $\left(\dfrac{20x^6}{2x^2}\right)^3$

54 $\left(10x^{-2}y^0z^{-3}\right)^2$

55 $\left(-3a^2b^{-1}\right)$

56 $\left(8m^4n^{-2}\right)\left(-3m^{-2}n\right)^0$

57 ناڤەندێ ژمارا لێدانێن دلێ مرۆڤی دژینێدا چەندە، هەکە بزانی ناڤەندێ لێدانێن دلی دچەرکەکێدا(1.2) وناڤەندێ ژیانا مرۆڤی 75 سالن؟

58 ناڤەندێ ژمارا هەناسەدانێن مروڤی چەندە، هەکە بزانی ناڤەندێ هەناسەیا مرۆڤی دخۆلەکەکێدا 16و ناڤەندێ ژیانا مرۆڤی 75 سالن؟

59 ناڤەندێ ژمارا موویێن سەرێ مرۆڤی چەندە، هەکە بزانی ناڤەندێ ژمارا وان ل ئێك سانتیمەترێ دووجا(254)موونە، وناڤەندێ رووبەرێ سەرێ مروڤێ یەکسانە ب $500cm^2$.

ئەوێ سیفەتێ دیاربکە کو هەر یەکسانیەك دەردبرێت.

60 $\left(x^5\right)^3 = x^{15}$

61 $\left(m^2n^5\right)^4 = m^8n^{20}$

62 $\dfrac{3b^3}{b^{-2}} = 3b^5$

63 $\left(\dfrac{xy^5}{x^3}\right)^4 = \dfrac{x^4y^{20}}{x^{12}}$

64 **زمان:** گەلەك جاران رستەك ژ ڤێ جۆرێ بکاردهێت ((ژمارا ئاکنجیێن ڤی وەلاتی 3.8 ملیۆن کەسە)) بۆ دەربرینا ژمارا ئاکنجیان. ڤێ ژمارێ ب شێوێ زانستی بنڤیسە و بەحسێ پەیوەندیێ ل ناڤبەرا نواندنا ژمارێ ل بیرکاری و دەربرینا وێ ب زمانی بکە.

65 **هزرکرنەکا رەخنەگر:** سیفەتێ دابەشکرنا هێزان بکاربینە دا روونبکەی کو هێزا 0^0 نەیا پێناسکریە.

66 کیژ ڤان بڕان ب شێوەیەکی زانستی دروست هاتیە نڤیسین؟

أ 11×0^5 ب 58.5×0^4 ج 0.245×10^{-7} د 7.25×10^0

67 کیژ بڕ یەکسانە ب $(-5)(-5)(-5)(-5)(-5)(-5)$؟

أ 5^{-6} ب $(-5)^{-6}$ ج $(-5)^6$ د -5^6

68 هەکە گۆڕاوێن x و y و z جۆدابن ژ سفرێ، کیژ برِ دبیتە 0 ، کیژ برِ دبیتە $\frac{x^4y^{-3}}{x^2z^0}$ ؟

أ $\frac{x^2}{yz}$

ب $\frac{x^2z}{y^3}$

ج $\frac{x^{-2}}{y^{-3}z}$

د $\frac{x^2}{y^3}$

69 تێبینیێ بکە کو $4^2 = 2^4$. هەکە x و y دوو ژمارێن تەواوێن مووجەب بن کوپاسەدانا $x < y$ بکەن، سێ نموونان بینە بۆ بهایێن x و y کو $x^y < y^x$ ، وسێ نموونەیێن دی بینە بۆ بهایێن x و y کو $y^x < x^y$.

وانە 2

برێن رەگدار

Radical Expressions

بۆچی

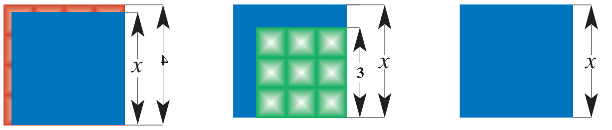
رەگ گەلەک جاران ل هەژمارتنێن ئاماریێ و هەژمارتنێن فیزیایێ دەردکەڤن. وەهەروەسا ل چالاکیێن ژیانێ دەردکەڤن وەکی راخستنێ.

ئارمانج

- بهایێ برەکی هەژمارکەن کو رەگ تێدا هەبیت.
- وان برێن رەگ تێدا هەبن ب سادەترین شێوە دنڤیسن.

خەملاندنا رەگێ دووجایی — Estimating Square Root

چارگۆشەیەکا شین ل بەردەستێ کارزان هەیە رووبەرێ وێ 12 یەکێن دووجایە، چەوا درێژیا لایەکی دیاردکەت؟ ل بیرا تەبیت کو رێسایا هەژمارتنا رووبەرێ چار گوشێ رێکێ ددەت بۆ نڤیسینا $x^2 = 12$ کو x هێما درێژیا لایێ چارگۆشا شین بیت. ڤێجا درێژیا لایێ چارگۆشا شین دبیتە رەگێ دووجایێ ژمارە 12 ، چونکی ژمارە 12 نە دووجایەکا تەواوە، دڤێت تو درێژیا لایێ x بخەملینی. بەرێ خۆ بدێ کو 12 دکەڤیتە ناڤبەرا هەر دوو ژمارێن تەواوێن دووجای 9 و 16.



رووبەرێ چارگۆشا شین نێزیکترە بۆ 9 ژ 16، ژ بەرڤێ چەندێ درێژیا لایێ چارگۆشا شین دکەڤیتە ناڤبەرا 3 و 4 . چونکی رووبەرێ چارگۆشێ 12 یە بۆ لایێ 3 نێزیکترە ل ناڤبەرا رووبەرێ $9 = 3^2$ و $4^2 = 16$، ڤێجا درێژیا لایێ وێ دکەڤیتە ناڤبەرا 3.4 و 3.5 .

$3.43^2 = 11.7649$	$3.42^2 = 11.6964$	$3.41^2 = 11.6281$	$3.4^2 = 11.56$
$3.47^2 = 12.0409$	$3.46^2 = 11.9716$	$3.45^2 = 11.9025$	$3.44^2 = 11.8336$
	$3.5^2 = 12.25$	$3.49^2 = 12.1801$	$3.48^2 = 12.1104$

باشترین خەملاندن بۆ رەگێ دووجایێ 12 دبیتە 3.46 ئانکو $\sqrt{12} \approx 3.46$.

رەگێ دووجای Square Root

هەکە a ژمارەکا راستی نەیا سالب بیت، ئەوێ دوورەگێن دووجایی هەنە، ئێك ژ وان یا مووجەبە و ب $\sqrt{a}$ دهێتە نقیسین، وئەوا دی یا سالبە و ب $-\sqrt{a}$ دهێتە نقیسین و ئەو هەردوو ژمارە پاسەدانا ڤێ سیفەتێ دکەن. $\left(\sqrt{a}\right)\left(\sqrt{a}\right)=a$ $\left(-\sqrt{a}\right)\left(-\sqrt{a}\right)=a$

سادەکرنا برێن رەگدار Simpligying Radical Expressions

برێن رەگدار ئەو برەنە کو رەگ تێدا هەنە. هەکە تەبڤێت برێن رەگدار کۆمبکەی یان لێدەربکەی، خۆ پشتراستبکە ژ یەکسانبوونا وان ژمارێن دکەڤنە ژێر هیمایا رەگی. بۆ نموونە تو دکاری هەردوو ژماران $2\sqrt{5}$ ، $4\sqrt{5}$ کۆمبکەی $2\sqrt{5}+4\sqrt{5}=6\sqrt{5}$ بدەستدکەڤیت.

نموونە 1

ڤان سادەبکە.

أ $5\sqrt{6}-2\sqrt{6}$ ب $5+6\sqrt{7}-2\sqrt{7}-3$

ج $8\sqrt{3}+6\sqrt{2}-\sqrt{3}+2\sqrt{2}$ د $b\sqrt{x}+y\sqrt{x}$

شیکار

أ سیفەتێ بەلاڤبوونێ [بەشینەوە] بکاربینە بۆ کۆمکرنا رادێن لێکچوویی، پاشی کۆلکێ هاویەش $\sqrt{6}$ بهەژمێرە. $5\sqrt{6}-2\sqrt{6}=(5-2)\sqrt{6}=3\sqrt{6}$

ب رادان رێزبکە دا سادەکرن ساناهیبیت.

$$5+6\sqrt{7}-2\sqrt{7}-3=5-3+6\sqrt{7}-2\sqrt{7}=2+4\sqrt{7}$$

ج رادان رێزبکە دا سادەکرن ساناهیبیت.

$$8\sqrt{3}+6\sqrt{2}-\sqrt{3}+2\sqrt{2}=8\sqrt{3}-\sqrt{3}+6\sqrt{2}+2\sqrt{2}=7\sqrt{3}+8\sqrt{2}$$

د رەفتارێ دگەل گۆڕاوان بکە وەك ژماران.

$$b\sqrt{x}+y\sqrt{x}=(b+y)\sqrt{x}$$

هەوڵبدە ڤان بران سادەبکە. أ $4\sqrt{6}-\sqrt{6}$ ب $y+2\sqrt{x}-2y-3\sqrt{x}$

چالاكى

Operations with Radical Expressions بڕێن ڕەگدار و كردار

پەیوەندیا ل ناڤبەرا ڕەگان و هێزان بكاربینە بۆ بجهئینانا كرداران:–

1. $\sqrt{9\times16}$ ب دوو ڕێكان بهەژمێرە.

أ $\sqrt{9\times16}=\sqrt{144}=?$ ب $\sqrt{9\times16}=\sqrt{9}\times\sqrt{16}=?$

2. سێ نموونان بینە بۆ سەلماندنا ڕاستیا پەیوەندیێ. $\sqrt{ab}=\sqrt{a}\times\sqrt{b}$

3. $\sqrt{9+16}$ و $\sqrt{9}+\sqrt{16}$ بهەژمێرە و هەردوو ئەنجامان بەراوردبكە.

4. سێ نموونان بینە و دیاربكە كو $\sqrt{a+b}=\sqrt{a}+\sqrt{b}$ هەموو دەمان نەیا دروستە.

خاڵەكا چاڤدێریێ ✓

Multiplying Square Roots لێكدانا ڕەگێن دووجایی

هەكە a و b دوو ژمارێن ڕاستی نا سالب بن دێ:

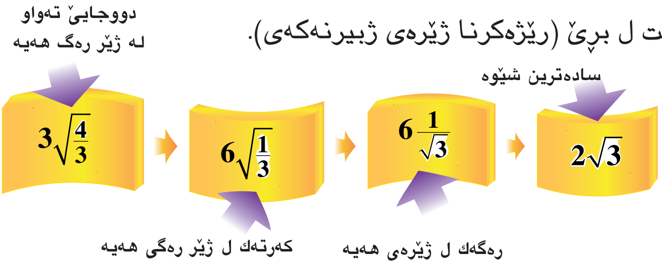
$$\sqrt{ab}=\sqrt{a}\times\sqrt{b}$$

ڕەفتاركرن دگەل بڕێن ڕەگدارێن دووجاییێن سادەكری، ب ساناهیترە ژ ڕەفتاركرنێ دگەل بڕێن ڕەگدارێن دووجاییێن نەسادەكری. بڕەكێ ڕەگدار دێ ب سادەترین شێوە بیت، هەكە ئەڤ مەرجێن ل خوارێ تێدا هەبوون.

1. دووجایەكا تەواو ناڤبەرا كۆلكێن ئەوێ ژمارێ نەبن ئەوا دكەڤیتە ژێر هێمایا ڕەگی.

2. كەرت ل ژێر هێمایا ڕەگی نەبیت.

3. ڕەگ ل ژێرێ هیچ كەرتەكێ نەبیت ل برێ (ڕێژەكرنا ژێرەی ژبیرنەكەی).



نموونە 2 ئەڤان بڕان ب سادەترین شێوە بنڤیسە.

أ $\sqrt{12}$ ب $\sqrt{400}$ ج $\sqrt{a^2}$ د $\sqrt{a^5b^{10}}$

شیكار

ل دووڤ دووجاییێن تەواوبگەڕە لناڤبەرا كۆلكێن ژمارێ، و سیفەتێ لێكدانا ڕەگێن دووجای بكاربینە، ڕەگێن دووجای ئەڤان دووجاییێن تەواو سادەبكە (بینەدەر) و كۆلكێن دی بهێلە.

أ $\sqrt{12}=\sqrt{4\times3}=\sqrt{4}\times\sqrt{3}=2\sqrt{3}$

ب $\sqrt{400}=\sqrt{4}\times\sqrt{100}=2\times10=20$

چونکی هێمایا رەگێ دووجای دەربڕینا رەگی نا سالب دکەت، دێ $\sqrt{a^2}$ نەیا سالب بیت. هیمایی ڕووت دهێتە بکارئینان بۆ نیشاندانا ئەوێ چەندێ کو ل دەمێ توانا گۆڕاوی ل ژێر هیمایێ رەگی یا جووت بیت، دێ بیتەکت ل دەرڤەی هیمایێ رەگی دووجایی پشتی سادەکرنێ.

ج $\sqrt{a^2} = |a^1| = |a|$

د $\sqrt{a^5b^{10}} = \sqrt{a(a^2)^2(b^5)^2} = a^2|b^5|\sqrt{a}$

هەوڵبدە ڤێ بڕێ ب سادەترین شێوە بنڤیسە. $\sqrt{72m^2n^5}$

هزرکرنەکا رەخنەگر بۆچی بکارئینانا هێمایێ ڕووت ل ئەڤانێن ل خوارێ نەیا پێدڤیە.

أ $\sqrt{b^3} = b\sqrt{b}$ ب $\sqrt{b^4} = b^2$

نموونە 3

ڤان بڕان ب سادەترین شێوە بنڤیسە.

أ $(5\sqrt{3})^2$ ب $\sqrt{3}\times\sqrt{6}$

ج $\sqrt{2}(6+\sqrt{12})$ د $(3-\sqrt{2})(4+\sqrt{2})$

شیکار

أ ل بیرا تەبیت کو دووجایێ ژمارەکێ دبیتە ئەنجامێ لێکدانا ئەوێ ژمارێ دگەل خوّ، ڤێ چەمکی بجهبینە، پاشێ کۆلکان ڕێزبکە بەری لێکدانێ.

$$(5\sqrt{3})^2 = (5\sqrt{3})(5\sqrt{3}) = (5\times5)(\sqrt{3}\times\sqrt{3}) = 25\times3 = 75$$

ب سیفەتێ لێکدانا رەگان بکاربینە، ئەنجامێ لێکدانێ ئەوێ دژێر رەگیدا شیتەلبکە پاشی سادەبکە.

$$\sqrt{3}\times\sqrt{6} = \sqrt{3\times6} = \sqrt{18} = \sqrt{9\times2} = \sqrt{9}\times\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$$

ج سیفەتێ بەلاڤکرنێ (بەشینەوە) بکاربینە دا لێکدان و سادەکرن و شیتەلکرنێ ئەنجامبدەی.

$$\sqrt{2}(6+\sqrt{12}) = 6\sqrt{2}+\sqrt{2}\times\sqrt{12} = 6\sqrt{2}+\sqrt{2\times12}$$
$$= 6\sqrt{2}+\sqrt{24} = 6\sqrt{2}+\sqrt{6\times4} = 6\sqrt{2}+2\sqrt{6}$$

د $(3-\sqrt{2})(4+\sqrt{2}) = 12+3\sqrt{2}-4\sqrt{2}-2 = 10-\sqrt{2}$

هەوڵبدە ئەڤان بڕان ب سادەترین شێوە بنڤیسە. أ $(2\sqrt{7})^2$ ب $\sqrt{2}(4-\sqrt{8})$

دابەشكرنا رەگێن دووجایی Dividing Squar Roots

بلا a و b دوو ژمارێن تەواوێن مووجەب بن، دێ.

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

نموونە 4

ڤان بران ب سادەترین شێوە بنڤیسە:

أ $\sqrt{\frac{16}{25}}$ ب $\sqrt{\frac{7}{16}}$ ج $\sqrt{\frac{a^2b^3}{c^2}}$ د $\sqrt{\frac{9}{5}}$

شیکار:

هەر رەگەکی دووجایی بنڤیسە بکارئینانا سیفەتێ دابەشکرنا رەگێن دووجایی.

ئەنجامی ب سادەترین شێوە بنڤیسە.

أ $\sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{25}} = \frac{4}{5}$

ب $\sqrt{\frac{7}{16}} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{16}} = \frac{\sqrt{7}}{4}$

ج $\sqrt{\frac{a^2b^3}{c^2}} = \frac{|a|b\sqrt{b}}{|c|}$

د $\sqrt{\frac{9}{5}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{5}} = \frac{3}{\sqrt{5}}$

ژێرا بەرسڤا دوماهێکێ رەگ تێدا هەیە، هەکە تە بڤێت خۆ ژ وی رەگی رزکار بکەی، برێ ل $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$ بدە، دبێژنە کردارا رزگارکرنێ ژ رەگێ ژێرەی، رێژەکرنا ژێرەی.

$$\frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{3}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{3 \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{5}$$

هەوڵبدە ڤان بران ب سادەترین شێوە بنڤیسە. أ $\sqrt{\frac{4}{24}}$ ب $\sqrt{\frac{4}{3}}$ ج $\sqrt{\frac{ab^2}{c}}$

ڕاهێـــــــنـــان

بەردەوامبوون د بیرکارێیدا

1 ڕوونبکە، چەوا لاپەرێ چارگۆشان دهێتە بکارئینان بۆ هەژمارتنا ڕەگێ دووجایێ ژمارە 16 [دووجایا تەواوە].

2 ڕوونبکە، چەوا لاپەری چارگۆشان د هێتە بکارئینان بۆ خەملاندنا ڕەگێ دووجایێ ژمارە 19 [نە دووجایا تەواوە].

3 ڕوونبکە، چەوا $\sqrt{7}$ د خەملینی بێی بکارئینانا بژمێرێ و لاپەرێ چارگۆشان.

4 چەوا شیتەلکرنێ بکاردئینی بۆ سادەکرنا برەکێ ڕەگدار وەکی $5\sqrt{90x^3y^4}$ ؟

5 سادەترین شێوە بۆ برەکێ ڕەگدار چییە؟

ڕاهێنانێن ئاراستەکری

ڕەگێن دووجای بهەژمێرە:

6 $\sqrt{36}$ **7** $-\sqrt{64}$ **8** $\pm\sqrt{81}$ **9** $-\sqrt{121}$

ڤان براێن ب سادەترین شێوە بنڤیسە:

10 $8\sqrt{3}-6\sqrt{3}$ **11** $9+3\sqrt{7}-5\sqrt{7}+4$

ڤان براێن ب سادەترین شێوە بنڤیسە.

12 $\sqrt{32}$ **13** $\sqrt{x^2y^7}$ **14** $\sqrt{27x^2}$ **15** $\sqrt{a^7b^3}$

ڤان براێن ب سادەترین شێوە بنڤیسە.

16 $\left(7\sqrt{11}\right)^2$ **17** $\sqrt{2}\times\sqrt{10}$ **18** $\left(5-\sqrt{3}\right)\left(5+\sqrt{3}\right)$

19 $\sqrt{\frac{9}{4}}$ **20** $\sqrt{\frac{6}{49}}$ **21** $\sqrt{\frac{225}{18}}$ **22** $\sqrt{\frac{x^7y^1}{z^3}}$

ڕاهێنان و بجهئینان

ڕەگێ دووجایێ بهەژمێرە. هەکە ڕەگێ دووجایێ نەیێ ڕێژەیی بیت نێزیکبکە بۆ نێزیکترین بەش ژ سەدێ.

23 $\sqrt{225}$ **24** $-\sqrt{169}$ **25** $-\sqrt{11}$ **26** $\sqrt{\frac{4}{9}}$ **27** $-\sqrt{40}$

28 $-\sqrt{27}$ **29** $\sqrt{1000}$ **30** $\sqrt{10000}$ **31** $-\sqrt{0.04}$ **32** $\sqrt{0.059}$

بەرهنگاری

ب سادەترین شێوە بنڤیسە بکارئینانا شێتەلکرنی:

33 $\sqrt{49}$ **34** $\sqrt{196}$ **35** $\sqrt{576}$ **36** $\sqrt{3600}$ **37** $\sqrt{192}$

38 $\sqrt{75}$ **39** $\sqrt{98}$ **40** $\sqrt{1620}$ **41** $\sqrt{264}$ **42** $\sqrt{648}$

هەکە a و b دوو ژمارێن مووجەب بن، دروستی و شاشیا ڤان رستان دیاربکە:

43 $\sqrt{a+b}=\sqrt{a}+\sqrt{b}$ **44** $\sqrt{ab}=\sqrt{a}\times\sqrt{b}$ **45** $\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

ڤان بڕان ب سادەترین شێوە بنڤیسە:

46 $\sqrt{3}\times\sqrt{12}$ **47** $\sqrt{8}\times\sqrt{18}$ **48** $\sqrt{48}\times\sqrt{3}$ **49** $\sqrt{54}\times\sqrt{6}$

50 $\sqrt{\frac{64}{16}}$ **51** $\sqrt{\frac{96}{2}}$ **52** $\frac{\sqrt{50}}{\sqrt{8}}$ **53** $\frac{\sqrt{150}}{\sqrt{6}}$

54 $\sqrt{5}\times\sqrt{15}$ **55** $\sqrt{98}\times\sqrt{14}$ **56** $\sqrt{\frac{56}{8}}$ **57** $\frac{\sqrt{96}}{\sqrt{8}}$

ڤان بڕان ب سادەترین شێوە بنڤیسە. وەسا دانە کو هەموو گۆڕاو نا دسالب بن و هەموو ژێرێن وان جیاوازن ژ سفرێ.

58 $\sqrt{a^4b^6}$ **59** $\sqrt{x^8y^9}$ **60** $\sqrt{\frac{a^6}{b^{10}}}$ **61** $\sqrt{\frac{x^3}{y^6}}$

وان کردارێن دشیاندا بجهبینە و بەرسڤێ ب سادەترین شێوە بنڤیسە:

62 $3\sqrt{5}+4\sqrt{5}$ **63** $4\sqrt{5}+2\sqrt{5}-5\sqrt{5}$ **64** $\sqrt{6}+2\sqrt{3}-\sqrt{6}$

65 $(4+\sqrt{3})(1-\sqrt{2})$ **66** $\frac{6+\sqrt{18}}{3}$ **67** $\frac{\sqrt{15}+\sqrt{10}}{\sqrt{5}}$

ڤان بڕان ب سادەترین شێوە بنڤیسە:

68 $(3\sqrt{5})^2$ **69** $(4\sqrt{25})^2$ **70** $\sqrt{12}\times\sqrt{6}$

71 $\sqrt{72}\times\sqrt{32}$ **72** $3(9+\sqrt{5})$ **73** $\sqrt{5}(6-\sqrt{15})$

74 $\sqrt{6}(6+\sqrt{18})$ **75** $(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)$ **76** $(\sqrt{3}-4)(\sqrt{3}+2)$

77 $\sqrt{3}(\sqrt{3}+2)^2$ **78** $\sqrt{12}(\sqrt{3}+8)^2$ **79** $\sqrt{5}(\sqrt{5}-4)^2$

گرێدان

ئەندازە: درێژیا لایەکێ چارگۆشەکێ بینەدەر هەکە ڕووبەرێ وێ:

80 250m^2 **81** 144m^2 **82** 28m^2

جێبەجێکردن

83 باخچە: ل پێش مالا ئازادی باخچەك هەیە ڕووبەرێ وێ 676m^2. درێژیا لایەکی چەندە؟

لێنێرینەك بۆ پاش

ڤان بڕان ب سادەترین شێوە بنڤیسە.

84 $\left(-a^2b^2\right)^3\left(a^4b^2\right)^3$ **85** $\frac{x^5y^7}{x^2y^3}$ **86** $\left(\frac{20x^3}{-4x^2}\right)^3$

لێکبدە.

87 $(2x-4)(2x-4)$ **88** $(3d+5)(2d-6)$ **89** $(6b+1)(3b-1)$

لێنێرینەك بۆ پێش

هێزێن توانا وان یا ڕێژەی بیت دهێنە بکارئینان بۆ دەربڕینا ڕەگان و دنڤیسن $\sqrt[n]{a}=a^{\frac{1}{n}}$، دەمێ a ژمارەیەکا ڕاستی نەیا سالب بیت و n ژمارەیەکا تەواو نەژ 2 ێ کێمتربیت. بۆ نموونە:

$\sqrt[3]{27}=3$ چونکی $3^3=27$ و $\sqrt[4]{16}=2$ چونکی $2^4=16$.

یاسایێن هێزان بکاربینە بۆ نڤیسینا ئەڤان بڕان ب سادەترین شێوە، بۆ نموونە:

$$\left(x^{\frac{1}{2}}\right)^5\left(x^{\frac{3}{2}}\right)=\left(x^{\frac{5}{2}}\right)\left(x^{\frac{3}{2}}\right)=x^{\frac{8}{2}}=x^4$$

سادەبکە:

90 $\left(x^{\frac{1}{3}}\right)^4\left(x^5\right)^{\frac{1}{3}}$ **91** $(xy)^{\frac{1}{2}}\left(x^{\frac{1}{3}}\right)^6\left(y^{\frac{1}{2}}\right)^2$

92 $\left(x^3y^{\frac{3}{2}}\right)^6(xy)^{\frac{1}{2}}$

وانه 3

لۆگارتم

Logarithms

بۆچی

لوگارتم ب شێوەیەکی بەرفرەه دهێنە بکارئینان بۆ پیڤانان، وەکی پیڤانا **pH** بۆ دیارکرنا ترشیا گێراوی.

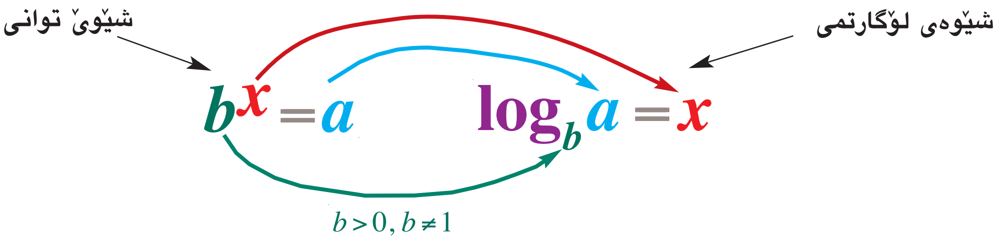
ئارمانج

- شێوەیێ توانی بۆ شێوەیێ لۆگارتمی دگوهۆڕین.
- برێ لۆگارتمی ب سادەترین شێوە دنڤیسین و بهایێ وی دهەژمێرین.

دگەل پێشکەفتنا بازرگانیێ و باشتربوونا دەریا ڤانیێ، هندەك کردارێن ژمێریاری یێن ئالۆز پەیدابوون لەورا پێدڤی ب هندەك ڕێکێن هەژمارتنێ یێن باشتر و کێم زەحمەت بوون.

لۆگارتم د بیرکارییدا هاتە دێتن، ونەخشەیا لۆگارتمی و بجهئینانێن وێ ل ئاماریێ و ئابووریێ و ل گەلەك بوارێن دن د هێنە بکارئینان.

لۆگارتم کردارەکا بەرۆڤاژیە بۆ هێزان. چەوا لێدەرکرن بەرۆڤاژیا کۆمکرنێیە، هەروەسا لۆگارتم بەرۆڤاژیا هێزێیە.



بۆ نموونە نڤیسینا $\log_{10} 100 = 2$ یا هاوتایە دگەل نڤیسینا $10^2 = 100$، و ب ڤی شێوەی دهێتە خواندن لۆگارتما a ب بنچینەیێ b .

گوهۆڕین ژ شێوێ توانی بۆ شێوێ لۆگارتمی و بەرۆڤاژیا وی

شێوێ توانی	بنچینه	توان	شێوێ لۆگارتمی
$2^6 = 64$	2	6	$\log_2 64 = 6$
$7^2 = 49$	7	2	$\log_7 49 = 2$
$3^5 = 243$	3	5	$\log_3 243 = 5$
$5^3 = 125$	5	3	$\log_5 125 = 3$

لۆگارتم Logarithm

ئەم دبێژین ژمارا راستیێ x دبیتە لۆگارتمیێ ژمارا مووجەب a ب بنچینەییێ $b(1 \neq b)$ و دنڤیسین.

$x = \log_a b$ هەکە $b^x = a$

نموونـــــە 1

ژ شێوێ توانی بۆ شێوێ لۆگارتمی بگۆهۆڕە.

أ $2^5 = 32$ ب $3^2 = 9$ ج $4^3 = 64$ د $5^0 = 1$

شیکار

أ $2^5 = 32 \Leftrightarrow \log_2 32 = 5$

ب $3^2 = 9 \Leftrightarrow \log_3 9 = 2$

ج $4^3 = 64 \Leftrightarrow \log_4 64 = 3$

د $5^0 = 1 \Leftrightarrow \log_5 1 = 0$

هەوڵبدە ژ شێوێ توانی بۆ شێوێ لۆگارتمی بگوهۆڕە.

أ $2^{10} = 1024$ ب $5^1 = 5$ ج $100^0 = 1$

نموونـــــە 2

ژ شێوێ لۆگارتمی بۆ شێوێ توانی بگۆهۆڕە

أ $\log_{10} 1000 = 3$ ب $\log_9 81 = 2$ ج $\log_5 125 = 3$ د $\log_{10} 1 = 0$

شیکار

أ $\log_{10} 1000 = 3 \Leftrightarrow 10^3 = 1000$

ب $\log_9 81 = 2 \Leftrightarrow 9^2 = 81$

ج $\log_5 125 = 3 \Leftrightarrow 5^3 = 125$

د $\log_{10} 1 = 0 \Leftrightarrow 10^0 = 1$

هەوڵبدە $\log_{10} 0.01 = -2$ ب شێوێ توانی بنڤیسە.

نموونـــــە 3

ژ شێوەیەکی بۆ شێوێ دی بگوهۆڕە؟

أ $6^2 = 36$ ب $5^{-3} = \frac{1}{125}$ ج $\log_{27} \frac{1}{9} = -\frac{2}{3}$ د $\log_{10} 10\sqrt{10} = \frac{3}{2}$

شیکار

أ $6^2 = 36 \Leftrightarrow \log_6 36 = 2$

ب $5^{-3} = \frac{1}{125} \Leftrightarrow \log_5 \frac{1}{125} = -3$

ج $\log_{27}\frac{1}{9}=-\frac{2}{3}\Leftrightarrow 27^{-\frac{2}{3}}=\frac{1}{9}$

د $\log_{10}10\sqrt{10}=\frac{3}{2}\Leftrightarrow 10^{\frac{3}{2}}=10\sqrt{10}$

هەوڵبدە ژ شێوەیەکی بۆ شێوێ دی بگوهۆڕە.

أ $7^2=49$ ب $\log_4\frac{1}{16}=-2$ ج $\log_5 25\sqrt{5}=\frac{5}{2}$

نموونە 4

ئەڤێن ل خوارێ بهەژمێرە.

أ $\log_2\frac{1}{16}$ ب $\log_3 3\sqrt{3}$ ج $\log_a a$ د $\log_a 1$

شیکار

أ هەکە $x=\log_2\frac{1}{16}$ دبیتە $2^x=\frac{1}{16}=\frac{1}{2^4}=2^{-4}$ و ل دووڤرا $x=-4$

ب هەکە $x=\log_3 3\sqrt{3}$ دێ $3^x=3\sqrt{3}=3^1\times 3^{\frac{1}{2}}=3^{\frac{3}{2}}$، $x=\frac{3}{2}$.

ج هەکە $x=\log_a a$ دێ $a^x=a$ و دێ $x=1$.

د هەکە $x=\log_a 1$ دێ $a^x=1=a^0$ دێ $x=0$.

هەوڵبدە ئەڤێن ل خوارێ بهەژمێرە.

أ $\log_{10}10000$ ب $\log_2\frac{1}{8}$ ج $\log_{10}0.001$ د $\log_x x$

هزرکرنەکا رەخنەگر

1. بۆچی $\log_a a$ هەموو دەمان دبیتە 1؟

2. کەنگی $\log_a b=\log_b a$؟ ڤێ ڕوونبکە.

3. ئەرێ لۆگارتمێ ژمارا سالب هەیە؟ ڤێ ڕوونبکە.

یاسایێن لۆگارتمێ

هەموو سیفەتێن هێزان دبنە سیفەتێن لۆگارتمێ، چونکی لۆگارتم بەرۆڤاژیا هێزانە.

سیفەتێن لۆگارتمێ

بلا هەر ئێك a و b و c ژمارێن راستی یێن مووجەب بن و $c \neq 1$.

ب پەیڤان	ب ژماران	ب جەبری
لۆگارتمێ ئەنجامێ لێکدانا دوو ژماران دبیتە سەرجەمێ لوگارتمێ هەردوو ژماران.	$\log_2 32 = \log_2(4\times 8) = \log_2 4 + \log_2 8$	$\log_c ab = \log_c a + \log_c b$
لۆگارتمێ ئەنجامێ دابەشکرنا ژمارەکێ لسەر ئێکا دی دبیتە ئەنجامێ لێدەرکرنا لۆگارتمێ بەشدراوی ژ لۆگارتمێ بەشکراوی.	$\log_7 \frac{16}{3} = \log_7 16 - \log_7 3$	$\log_c \frac{a}{b} = \log_c a - \log_c b$
لۆگارتمێ هێزا ژمارەکا مووجەب دبیتە ئەنجامێ لێکدانا توانا هێزێ دگەل لۆگارتمێ ژمارێ.	$\log_{10} 7^3 = 3\log_{10} 7$	$\log_c a^b = b\log_c a$
لۆگارتمێ 1 دبیتە 0 بنچینە هەر چەندبیت.	$\log_{10} 1 = 0$	$\log_c 1 = 0$
لۆگارتمێ a ب بنچینەیێ a دبیتە 1.	$\log_{10} 10 = 1$	$\log_a a = 1$

نموونە 5

هەر برەکێ ب سادەترین شێوێ بنڤیسە.

أ $\log_5 75$

ب $\log_4 2 + \log_4 32$

ج $\log_5 500 - \log_5 4$

د $\log_{10} 80 - \log_{10} 40 + \log_{10} 30 - \log_{10} 6$

شیکار

أ $\log_5 75 = \log_5(3\times 25) = \log_5 3 + \log_5 25 = \log_5 3 + \log_5 5^2 = \log_5 3 + 2$

ب $\log_4 2 + \log_4 32 = \log_4(2\times 32) = \log_4 64 = \log_4 4^3 = 3\log_4 4 = 3$

ج $\log_5 500 - \log_5 4 = \log_5 \frac{500}{4} = \log_5 125 = \log_5 5^3 = 3$

د $\log_{10} 80 - \log_{10} 40 + \log_{10} 30 - \log^{10} 6 = \log_{10} \frac{80\times 30}{40\times 6} = \log_{10} 10 = 1$

هەوڵبدە برێ $\log_9 3 + \log_9 81$ ب سادەترین شێوە بنڤیسە.

نموونــــــه

6 ڤان هاوكێشان شیكاربكه:

أ $\log_2 x + \log_2 3 = \log_2 12$

ب $\log_{10}(2x+3) = 1$

شیكار

أ
$$\log_2 x + \log_2 3 = \log_2 12$$
$$\log_2 3x = \log_2 12$$
$$3x = 12$$
$$x = 4$$

ب
$$\log_{10}(2x+3) = 1$$
$$\log_{10}(2x+3) = \log_{10} 10$$
$$2x+3 = 10$$
$$x = 3.5$$

هەوڵبدە ڤان هاوكێشان شیكاربكه. $\log_5 n + \log_5 7 = \log_5 35$

راهێــــــــنان

بەردەوامبوون د بیر كارییێدا

1 بەحسێ پەیوەندیا لناڤبەرا بنچینەیێ هێزێ و بنچینەیێ لۆگارتمێ بكه.

راهێنانێن ئاراستەكری

2 چییە بەرامبەری توانێ دلۆگارتمێدا؟

ژ شێوێ لۆگارتمی بۆ شێوێ توانێ بگوهۆڕه.

3 $\log_3 9 = 2$

4 $\log_8 2 = \frac{1}{3}$

ژ شێوێ توانێ بۆ شێوێ لۆگارتمی بگوهۆڕه.

5 $3^4 = 81$

6 $7^0 = 1$

راهێنان و بجهئینان

ژ شێوێ لۆگارتمی بۆ شێوێ توانێ بگوهۆڕه.

7 $\log_a a = 1$

8 $\log_{10} 0.01 = -2$

ژ شێوێ توانێ بۆ شێوێ لۆگارتمی بگوهۆڕه.

9 $7^1 = 7$

10 $10^{-3} = 0.001$

ئەڤێن ل خوارێ بهەژمێره.

11 $\log_2 8$

12 $\log_2 128$

13 $\log_{10} 0.00001$

14 $\log_9 9$

ب سادەترین شێوە بنڤیسه.

15 $\log_2 4 + \log_2 8 - \log_2 32$

16 $\log_{10} 12 + \log_{10} \frac{2}{3} - \log_{10} \frac{8}{10}$

بسەلمینە کو:

17 $\log_{10} 100 + \log_{10} 18 - \log_{10} 6 - \log_{10} 3 = 2$

18 $\log_a 5 + \log_a 21 - \log_a 7 = \log_a 15$

ڤان هاوکێشان شیکاربکە

19 $\log_3(2x+3) = 3$

20 $\log_3\left(x + \frac{1}{5}\right) = -2$

21 $\log_2(2x+1) = 2$

22 هزرکرنەکا رەخنەگر: بەهایێ b چەندە هەکە $\log_a b = 0$؟ ئەڤێ روونبکە.

23 هزرکرنەکا رەخنەگر: هەکە n ژمارەیەکا تەواوا مووجەب بیت، ئەرێ تو دکاری $\log_{10} 10^n$ بەهژمێری بەهژمارتنا سفران د 10^n دا؟ ڤێ روونبکە.

24 هزرکرنەکا رەخنەگر: ئەرێ تو دکاری بەحسێ وێ هۆیێ بکەی کو دبیتە رێگر بۆ هەژمارتنا $\log_0 3$ و $\log_1 3$؟

25 بسەلمینە کو $\log_7 7^{2x+3} = 2x+3$، هۆیێ هەر پێنگاڤەکێ دیاربکە.

لێنێرینەك بۆ پاش

ڤان بران شیتەلبکە.

26 $x^3 + 5x^2 + 6x$

27 $a^6 - 64$

28 $2x^2 - 11x - 6$

ڤان هاوکێشان ب رێکێن گونجای شیکاربکە.

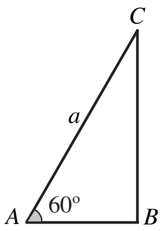
29 $x^2 - 11x - 6 = 0$

30 $x^2 + x - 42 = 0$

31 $3x^2 - 12x + 12 = 0$

لێنێرینەك بۆ پێش

32 درێژیا پارچە راستەهێلێ $\overline{BC}$ بەهژمێرە.



بەشێ 3

ئەگەر

Probabilities

ئەگەر دهێتە پۆلینکرن وەك لقەك ژ لقێن بیرکاریێ، و گرنگیێ ب خواندنا دیاردێن هەڕەمەکی ددەت، یان ئەوان دیاردێن کو دەستنیشانکرنا ئەنجامێن وان نە دشیاندابیت بەری روودانا وان.

ئەگەرا روودانەکێ ئاماژە ب شیانا ئەنجامدانا وێ روودانێ یان، بهاتنا وێ دکەت. هندەك روودان هەنە ئەگەرا روودانا وان یا بچووکە یان ستمە، و هندەك روودانێن دن هەنە ئەگەرا روودانا وان یا مەزنە یان مسۆگەرە.

دڤی بەشیدا یاسایا هەژمارتنا بنچینەی دهێتە بکارئینان بۆ دیارکرنا ژمارا ئەنجامێن دشیاندا ل تاقیکرنەکا هەڕەمەکی، یان دەربڕینێ ژ ئەنجامێن روودانا روودانەکێ دکەت.

ئەگەرێ گەلەك بکارئینان هەنە، ل کۆمپانییێن دابینکرنێ. و ل دەزگەهێن توێژینان وەکی توێژینا نۆژداریێ، ول جێبەجێکرنا یاسایان، و ل زانستێن رامیاری.

وانە

1. دەروازەیەك بۆ ئەگەرێ
2. ئەگەر
3. یاسایا هەژمارتنا بنچینەی
4. گۆڕین و ڕێزبەندی و گونجین.

وانە 1

دەروازەیەك بۆ ئەگەریێ

Indroduction To Probability

بۆچی گەلەك جاران ئەگەران دخوینن بكارئینانا تشتان ژ ژیانا ڕۆژانە وەكی بەركێ زاریێ،پارچێن دراڤێ كانزای وتێران.

ئارمانج

- پێناسكرنا زاراڤێن ئەگەران و بكارئینانا وان ب شێوەیەكی دروست.
- دیاركرنا كۆمەلەكا ئەنجامێن دشیاندا بۆ تاقیكرنەكا هەرەمەكی.
- دیاركرنا ئەوان ئەنجامێن دشیاندا كو ڕوودانەكێ پێكدئینن.

گەلەك جاران پەیڤا ئەگەر دبهیسین یان بكاردئینین دژیانا ڕۆژانەدا. چێدبیت تە ژ ماموستایێ بیركارییێ بهیستبیت كو ئەگەرا دەرچوونا ئەزموونا بیركاری دبیتە %80 ، و چێدبیت تە ژ پێشكێشكەرێ بەلاڤۆكا سەقاییێ بهیستبیت كو ئەگەرا باران بارینێ ل ڕۆژا سوبەهی دبیتە %50 . و چێدبیت ئێك بێژیت كو كۆمپانیا دابینكرنێ ئەڤ سالە مسۆگەر دێ قازانج كەت و ئێكی دی بێژیت كو ستەمە بەفر ئەڤ سالە ل مەها تەباخێ ل هەڤلێرێ بباریت.

ئەڤ رستە بەحسێ چ دكەن؟ بەحسێ وان ڕوودانان دكەن كو ئەم ب تمامی نزانین ئەرێ دێ ڕوودەن یان نە، یان هندەك ڕوودانێن دی كو مسۆگەر دێ ڕوودەن یان چ جاران ڕوونادەن.

لقەكی بیركارییێ تویژینا ڤان تشتان دكەت دبێژنێ هەژمارتنا ئەگەران.

بێگومان تو دزانی كو زانا ب تاقیكرنێن زانستی رادبن وەكی تاقیكرنێن فیزیایی یان كیمیاییێ، چێدبیت مرۆڤی دەست هەبیت ل ئەنجامێن ڤان تاقیكرنان ب رێكا رێكخستنا تشتان و مەرجێن وان. رەنگە زانا ل دەستپێكێ ئەنجامان بزانیت، لێ هندەك تاقیكرنێ دن هەنە نەیا دشیاندایە ل دەسپێكێ ئەنجامێن وان بهێن دیاركرن. ل دەمێ هەلدانا بەركێ زارەكێ نەیا دشیاندایە ل دەستێكێ ئەو ژمارا دیاردبیت دەستنیشانبكە ین، و ل دەمێ هەلدانا پارچە دراڤەكی كانزای نەیا دشیاندایە ل دەسپێكێ شێر یان خەت دەستنیشانبكەین. دبێژنە هەر تاقیكرنەكێ ژ ئەڤان، تاقیكرنا هەرەمەكی. بیردۆزا ئەگەرێ ل سەدێ هەڤدێ دەستپێكر لسەر دەستێ ڤان هەردوو زانایێن مەزن یێن بیركارییێ فیرما Fermat (1601 – 1665) و باسكال Pascal (1623 – 1662) . ئەڤ بیردۆزە ل درێژیا چەرخان گەشبوو هەتا ئیرۆ بوو لقەكی تەمام ژبیركارییێ و دگەل ئاماریێ ڕوولەكی گرنگ دبینیت دژیانا هاوچەرخدا، ودگەلەك زانستێن دن دهێتە بكارئینان وەك فیزیا. و كیمیا و زێندەوەرزانی ونۆژداری و ئابووری و بازرگانی و كۆمپانیین دابینكرنێ. و گەلەك تشتێن دن.

پێناسە:

دڤێ وانێدا دێ فێری زاراڤێن ئەگەرێ بین، ودێ فێربین چەوا ب ئاوایەکێ دروست بکاربینین.
کردارێ هەلدانا بەرکێ زارێ دێ بکارئینین وەك نموونە بۆ ڕوونکرنا پێناسان.

زاراڤ	پێناسە	نموونە
کارێ هەڕەمەکی Trial	کارەکە نەشێین ل دەستپێکێ ئەنجامێ وی دیاربکەین.	هەلدانا بەرکێ زارەکێ
تاقیکرنا هەڕەمەکی Random Experiment	کارێ هەڕەمەکیە یان دووبارەکرنا کارێکی هەڕەمەکیە.	هەلدانا بەرکێ زارەکێ 3 جاران

بۆشایێ نموونێ Sample Space S	کۆمەلا هەموو ئەنجامێن دشیاندایە بۆ تاقیکرنەکا هەڕەمەکی.	$\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
ڕوودان Event	کۆمەلەکە ژ ئەنجامەکێ یان ژ چەند ئەنجامێن دشیاندا پێکدئێت.	دیاربوونا ژمارەکا جووت دیاربوونا ژمارەکا کت.

نموونە 1

خسرۆ بەرکێ زارەکێ جارەکێ هەلدا. ڤان ڕوودانان ب شێوێ کۆمەلان بنڤیسە.

أ : A دیاربوونا ژمارەکا کت

ب : B دیاربوونا ژمارەکا خۆبەش

ج : C دیاربوونا ژمارەکا نەژ 5 بچووکتر بیت

د : D دیاربوونا ژمارەکا خۆبەش یان 4 .

شیکار

أ $A=\{1, 3, 5\}$

ب $B=\{2, 3, 5\}$

ج $C=\{5, 6\}$

د $D=\{2, 3, 5, 4\}$

هەولبدە ڕوودانا دیاربوونا ژمارەکێ بنڤیسە کو شیانا دابەشبوونێ لسەر 3 هەبیت .

نموونە 2

شیرینێ پارچە دراڤەکێ کانزای دوو جاران هەلدا. بۆشایێ نموونێ بنڤیسە.

شیکار

هەکە وێنەی [شێر] ب پیتا T و نڤیسینا [خەت] ب پیتا H هێما بکەین

بۆشایێ نموونێ دێ بیتە. $S\{(T, T), (T, H), (H, T), (H, H)\}$

هەولبدە ئەوێ ڕوودانێ بنڤیسە کو هەردوو جاران هەر ئەو ڕووە بۆ شرینێ دیاربیت.

بەرهنگاری بۆشایێ نموونێ بنڤیسە هەکە شیرین پارچا دراڤی 3 جاران هەلدەت.

نموونە 3

کاژێنێ گۆیەك ژ سندۆقەكێ راکێشا کو 5 گۆیێن هاوتا تێدا هەنە، دوو د سۆرن وسێ دکەسکن. بۆشایێ نموونێ بنڤیسە.

شیکار

هێمایێن R_1 و R_2 بۆ هەردوو گۆیێن سۆر و هێمایێن G_1 و G_2 و G_3 بۆ هەرسێ گۆیێن کەسك دێ دانین. بۆشایێ نموونێ دبیتە $S=\{R_1, R_2, G_1, G_2, G_3\}$

هەولبدە کاروانێ گۆیەك ژ سندۆقەكێ راكێشا کو 10 گۆیێن هاوتا تێدا هەنە، 4 د سۆرن، 6 د کەسکن، بۆشایێ نموونێ بنڤیسە.

نموونە 4

هەڤالی دوو بەرکێن زارێ هەلدان ئێکێ سۆر و ئێکێ شین بوو، بۆشایێ نموونێ بۆ ڤێ تاقیکرنا هەڕەمەکی چییە و رووداو دوو ژماران کو سەرجەمێ وان 10 بیت چییە؟

شیکار

وەکی یا دیار ل شێوێ بەرامبەر، بۆشایێ نموونێ ژ 36 دانان پێکدئێت، هەر ئێك ژوان جووتەکێ رێکخستیە، ژمارا دیاربوویی لسەر بەرکێ زارا سۆر، وژمارا دیاربووی لسەر بەرکێ زارا شێن دیاردکەت. لێ ئەو رووداو ژ 3 دانان پێکدهێت، کوێێن هاتینە دەوردان ل وێنێ بەرامبەر.

1 1	1 2	1 3	1 4	1 5	1 6
2 1	2 2	2 3	2 4	2 5	2 6
3 1	3 2	3 3	3 4	3 5	3 6
4 1	4 2	4 3	4 4	4 5	4 6
5 1	5 2	5 3	5 4	5 5	5 6
6 1	6 2	6 3	6 4	6 5	6 6

هەولبدە ئەوێ رووداوێ بنڤیسە کو دەستکەفتنا سەرجەمێ 14 دەربڕبت.

نموونە 5

رژگار بەرکێ زارەکێ جارەکێ هەلدا، ڤان رووداوان بنڤیسە.

1. A : دیاربوونا ژمارەکا کت.

2. B : دیاربوونا ژمارەکا مەزنتر ژ 5 .

3. C : دیاربوونا ژمارەکا بچووکتر ژ 1 .

4. D : دیاربوونا ژمارەکا بچووکتر ژ 8 .

شیکار

1. $A=\{1, 3, 5\}$

2. $B=\{6\}$

3. $B=\{\ \}=\phi$

4. $D=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

هەولبدە ئەوێ رووداوێ بنڤیسە کو ژمارەکێ بنوێنیت ژ 6 بچووکتر بیت ونەژ 2 بچوکتر بیت. ئەنجامێن نموونا لسەرێ دێ بکارئینین بۆ دانانا چەند پێناسان.

نموونە	پێناسە	زاراڤ
$B=\{6\}$	ڕووداندەکە ئێك ئەنجامێ دشیاندا بخۆڤە دگرت ژ بوشایێ نموونێ.	ڕوودانا سادە Simple event
$A=\{1, 3, 5\}$	ڕووداندەکە پتر ژ ئەنجامەکی دشیاندا بخۆڤە دگرت ژ بۆشایێ نموونێ.	ڕوودانا ئاوێتە Complex event
$C=\{\ \}=\phi$	ڕووداندەکە هیچ ئەنجامەکی دشیاندا بخۆڤە ناگرت.	ڕوودانا ستەم Impossible event
ڕوودان $D=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$	ڕووداندەکە هەموو ئەنجامێن دشیاندا بخۆڤە دگرت.	ڕوودانا مسۆگەر Certain event
ڕوودان $B=\{6\}$ $A=\{1, 3, 5\}$	دوو ڕوودانێن هیچ ئەنجامەکێ دشیاندا یا هاوبەش دناڤبەرا واندا نینە.	دوو ڕوودانێن جودا [جیا] Mutually exclusive events

هەوڵبدە دوو ڕودانێن جودا [جیا] بێژە ل تاقیکرنا هەلدان بەرکێ زارەکێ.

ڕوودانا تەواوکەر

ئەو بەشەکێ تەمامکەرە بۆ ڕوودانێ، هەکە ڕووداندەك ژ هەردوو ڕوودانێن جودا ڕوودبەت، ڕوودانا دووێ ڕوونادەت لێ ئەڤە وێ مسۆگەر ناکەت کو ئێك ژ وان هەردووان دێ ڕوودەت. بۆ نموونە: $A=\{1،5،3\}$ ، $B=\{6\}$ دوو ڕوودانێن جودا نە، لێ چێدبیت هیچ ڕووداندەك ژ وان ڕوونەدەت بۆ نموونە هەکە 2 دیاربیت.

دبێژن A ڕووداندەکا تەواوکەرە بۆ ڕوودانا B هەکە A ژ وان هەموو ئەنجامێن دشیاندا پێکبهێت کو دناڤ B دا نەبن. ئانکو هەردوو ڕوودان د جودانە وئێك ژ هەردووان دێ ڕوودەت. هێمایێ $\bar{B}$ دهێتە بکارئینان بۆ دەربڕینا تەواوکەرێ ڕوودانا B .

نموونە 6 **ل هەلدانا بەرکێ زارەکێ ڕوودانا تەواوکەر بۆ ڕوودانا A چییە؟ هەکە A ڕوودانا دیاربوونا ژمارەکا کت بیت؟**

شیکار

بۆشایێ نموونێ، دبیتە $S=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ و ڕوودان دبیتە $A=\{1, 3, 5\}$ ڕوودانا تەواوکەر دبیتە $\bar{A}=\{2, 4, 6\}$ ئانکو دیاربوونا ژمارەکا جووت.

هەوڵبدە ل هەلدانا دوو بەرکێن زارێ ب دوو ڕەنگێن جیاواز هەکە A ڕوودانا دیاربوونا دوو ژماران بیت کو سەرجەمێ وان 10 بیت، ئەرێ ڕوودانا تەواوکەر بۆ ڕوودانا A چییە؟

ئەم دشێین چەند ڕوودانێن نوو دروستبکەین ژ ڕوودانێن لنك مە هەین، هەکە A، B دوو ڕوودان بن ل تاقیکرنەکا هەرەمەکی، دێ هێمایێ $B \cap A$ دانێین بۆ ڕوودانا A و B ، کو بتنێ ئەنجامددەت هەکە هەردوو ڕوودان پێکڤە ڕوودبەن. دێ هێمایێ $B \cup A$ دانێین بۆ ڕوودانا A یان B ، کو بتنێ ئەنجامددەت هەکە ب کیماتێ ئێك ژ هەردوو ڕوودانان ڕوودبەت.

نموونە 7

بەرکێ زارەکێ دووجاران هەلدا، هەر دوو روودانان $A=\{1, 3, 5\}$ و $B=\{2, 3, 4\}$ بکاربینە بۆ نڤیسینا هەر ئێکێ ژ ڤان رووداnan:

1. $\overline{A}$
2. $A \cup B$
3. $A \cap B$

شیکار

1. $\overline{A}=\{2, 4, 6\}$
2. $A \cup B=\{1, 2, 3, 4, 5\}$
3. $A \cap B=\{3\}$

راهێنان

بەردەوامبوون د بیرکاریێدا

1 هەر ئێك ژ ڤان هەردوو هێمایان $\cap$ و $\cup$ چ رامانێ ددەت؟ د دوو نموونان‌دا بکاربینە کو رودان تێدا هەبن.

2 چەوا $A \cup B$ و $A \cap B$ دێ ئینیەدەر هەکە $A=\{1, 2, 3, 4\}$ و $B=\{2, 4, 6\}$ بیت؟

راهێنانێن ئاراستەکری

3 سندۆقەکێ 5 پلێتێن هاوشێوە تێدا هەنە، 3 رەش، 2 سپی. بۆشایێ نموونێ بۆ هەر تاقیکرنەکا هەرمەکی بنڤیسە.

أ راکێشانا پلێتەکێ ب راکێشانا دوو پلێتان ج راکێشانا 3 پلێتان.

4 سامانی پارچە دراڤەکی کانزای 3 جاران ئێك ل دووڤ ئێکی هەلدا، بۆشایێ نموونێ بۆ ڤێ تاقیکرنا هەرمەکی بنڤیسە.

5 5 پارچێن کاغەزەکا رەنووسکری ژ 1 هەتا 5 دناڤ تویرکەکێ نەرووندا هەنە، کاغەزەك ب هەرمەکی راکێشا. هێمایێ A دانە بۆ رووداnا هەلگرتنا کاغەزا هاتیە راکێشان ژمارەیەك ژ 4 نە کێمتربیت. و B بۆ رووداnا هەلگرتنا کاغەزا هاتیە راکێشان ژمارەیەك ژ 3 نە کێمتربیت ڤان رووداnان بنڤیسە.

$$\overline{A} \cap \overline{B}, A \cap B, A \cup B, \overline{A}, B, A$$

6 ل دەمێ هەلدانا بەرکێ زارەکێ، هێمایا A بۆ رووداnا (دیاربوونا ژمارەکا جوت) و B بۆ رووداnا [دیاربوونا ژمارەکا خۆبەش] و C بۆ رووداnا [دیاربوونا ژمارەکا کت] و D بۆ رووداnا [دیاربوونا ژمارەکا بچووکتر ژ 7) دانە:

أ هەموو رووداnان بنڤیسە.

ب ئەرێ دناڤ وان رووداnاندا دوو رووداnێن جودا هەنە؟ دوو رووداnێن جودا بێژە هەکە بەرسڤا تە بەلێ بوو.

ج ڤان رووداnان بنڤیسە $A \cup B$ و $A \cap B$ و $C \cap D$.

7 دڤێت دوو کەس بهێنە هەلبژارتن ژ ناڤ سێ پالیۆراوان کو ئەڤەنە: شێروان و بەیار و مەحەمەد، بۆ نواندنا قوتابیێن پۆلا دەهێ ل چاڤپێکەفتنەکێ دگەل رێڤەبەری، بۆشاییێ نموونێ بنڤیسە، ئەرێ هەر دانەکی بۆشاییێ ژ جووتەکی رێکخستی پێکدهێت؟ ڤێ ڕوونبکە.

8 دڤێت چەند ژمارێن دوو رەنووسی بهێنە دروستکرن بکارئینانا هەرسێ رەنووسان 1 و 2 و 3 ، بۆشاییێ نموونێ بنڤیسە، ئەرێ هەر دانەیەك ژ جووتەکی رێکخستی پێکدهێت؟ ڤێ روونبکە.

9 دڤێت لێژنەکا سێ کەسی بهێتە چێکرن ژ ڤان قوتابیان سامان، بەهزاد، هونەر، بارام، لەیلا، نەسرین. بۆشاییێ نموونێ بنڤیسە هەکە:

أ دڤێت لێژنە ب کێماتیێ کچەك تێدا هەبیت.

ب دڤێت لیژنە ب زێداهی کچەك تێدا هەبیت.

10 سەوسەنێ دوو بەرکێن زارێ ب دوو رەنگێن جیاواز هەلدان ڤان روودانان بنڤیسە.

أ دیاربوونا هەمان ژمارا لسەر هەردوو روویێن بەرکێن زارێ.

ب دیاربوونا دوو ژماران سەرجەمێ وان 5 بیت.

ج دیاربوونا ژمارە 3 ب کێماتی لسەر روویەکی ژ هەردوو روویێن بەرکێن زارێ.

11 رووادنا دیاربوونا دوو ژماران سەرجەمێ وان 9 بیت ل هەلدانا دوو بەرکێن زاران ب دوو رەنگێن جیاواز بنڤیسە.

ل بیرا تەبیت ژمارە ژ رەنووسان پێکدهێت هەر وەکی پەیڤ ژ پیتان پێکدهێت. رەنووس ل سیستەمێ دەهی ئەڤەنە: 0، 1، 2، 3، 4، 5، 6، 7، 8، 9 و ژمارا وان دەهن.

لێنێرینەك بۆ پاش

12 چەوا $\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}$ دێ ب سادەترین شێوە دنڤیسی.

13 چەوا $\frac{1}{36}+...+\frac{1}{36}+\frac{1}{36}$ و 36 جاران دێ ب سادەترین شێوە نڤیسی.

لێنێرینەك بۆ پێش

14 کەسەك هاتە هەلبژارتن ژ ناڤ قوتابیێن پۆلەکێ کوژ 13 کچ و 26 کوران پێکهاتبوو، دا ببیتە نۆینەرێ پۆلێ، ئەگەر چەندە ئەو نۆینەرە کچ بیت؟

وانه 2

ئەگەر

Probability

بۆچی گەلەك كۆمپانیان پێدڤی بكارئینانا ئەگەران هەیە بۆ پلاندانانا كارێ وان وەكی كومپانییێن فرۆكەڤانییێ كو ل دووڤ باشترین شێواز دگەڕن بۆ خزمەتا گەشتیاران

ئارمانج

- جوداكرنا ئەگەرا تیوری و ئەگەرا تاقیكرنەیی.
- هەژمارتنا ئەگەرا ڕوودانەكێ.
- جوداكرن و هەژمارتنا ئەگەرا تەواوكەر.

چەوا هندەك كۆمپانییێن بازرگانییێ كو كارێ وان یێ گرێدای بت دگەل هندەك تشتێن نە دشیاندا بهێنە پێشبینكرن وەكی كۆمپانیین دابینكرنێ، دشێن قازانجبكەن؟ بەرسڤ ئەوە كو چێدبیت هندەك شیان بهێنە دیتن، یان ئەگەرا ڕوودانا كارەكی ل دووڤ چاڤدێریكرنا ئەنجامێن ژمارەكا مەزن ژ بارێن دبنە هۆیێن ڕوودانا ئەوێ ڕوودانێ. بۆ نموونە چێدبیت ڕێژا ئەگەرا مرنا مرۆڤەكێ گەلەك جگاران دكێشیت بهێتە دیاركرن، لدووڤ چاڤدێریكرنا ڕێژا ئەوێن دمرن ب هۆیێ گەلەك جگارە كێشانێ.

نموونە 1

ئەگەر چەندە كوئێك ژ نەخۆشێن پەنجەشێرێ ساخببیت، بۆ زانێن كو توێژینەك لسەر 5000 كەسان هاتەكرن و دیاربوو كو 250 كەس ژوان ساخبوون؟

شیكار

چێدبیت بۆشایێ نموونێ ژ 5000 كەسان بهێتە دانان و ژوان $5000 - 250 = 4750$ كەس ساخنەبوون وبتنێ 250 كەس ساخبوون.

ئەگەرا ساخبوونا نەخۆشی دبیتە $\frac{250}{5000} = \frac{1}{20} = 0.05 = 5\%$

هەوڵبدە ئەگەر چەندە كو نەخۆش ساخ نەبیت؟

نموونە 2

دونیایێ بەركێ زارەكێ هەلدا، ئەگەرا دیاربوونا ئێك ژ چەند جارێن 3 چەندە؟

شیكار

بۆشایێ نموونێ دبیتە $S=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ڕوودان دێ ڕوودەت هەكە 3 یان 6 بۆ دونیایێ دیاربوو، ئانكو ڕوودان دبیتە $\{3, 6\}$ ئانكو ئەگەرا ڕوودانێ دبیتە $\frac{2}{6} = \frac{1}{3} \approx 0.3333 = 33.33\%$.

هەولبدە ئەگەرا دیاربوونا 1 یان ژمارەکا مەزنتر ژ 3 چەندە؟

هەردوو نموونێن چووین دوو رێکێن هەژمارتنا ئەگەران دەستنیشا ندکەن.

رێکا ئێکێ

ئەڤ رێکە یابەندە لسەر هەژمارتنا ئەگەرا رووداندکێ ب رێکا دووبارەبوونا تاقیکرنێ (توێژین لسەر ژمارەکا گەلەک مەزن ژ نەخۆشێن پەنجەشێری هاتە ئەنجامدا) و تۆمارکرنا هەر ئەنجامەکێ (ساخبوون یان نە) ئەگەرا رووداندا (ساخبوون) ب ڤێ رێکێ دهێتە دیارکرن ب ئەنجامێن دووبارەبوونا تاقیکرنێ و دهێتە دەربرین ب کەرتەکێ کو سەرێ کەرتێ ژمارا وان حالەتێن رووردان هاتیە ئەنجامدان [ژمارا کەسێن ساخبووین] وژێرە هەموو حالەتان دنوێنیت. دبێژنە ئەڤی جۆرێ ئەگەران ئەگەرا تاقیکرنەیی **Experimental Probability**

رێکا دووێ

ئەڤ رێکە یا بەندە لسەر هەژمارتنا ئەگەرا رووداندا رووداندکێ کو [دیاربوونا ژمارەکێ ژ چەند جارێن ژمارە 3] ب شێوێ تیۆری بێی ئەنجامدانا تاقیکرنێ [هەلدانا بەرکێ زارێ]، ئانکو بەری تاقیکرنێ. ودهێتە دیارکرن ب کەرتەکێ سەرێ وێ ژمارا ئەنجامێن دشیاندا (دوو ئەنجام 3 و 6) و ژێرێ کەرتی دبیتە هەموو ئەنجام کو(6). دبێژنە ئەڤێ جۆرێ ئەگەرێ **ئەگەرا تیۆری Theoritical Probability**

بەرهنگاری دلداری گۆیەک ژ تویرکەکێ راکێشا کو 4 گۆیێن سۆر و 7 گۆیێن شین تێدا هەبوون. ئەگەر چەندە ئەو گۆیا هاتیە راکێشان یا شین بیت؟

بەرهنگاری دلداری گۆیەک ژ تویرکەکێ راکشا کو 4 گۆیێن سۆر و 7 گۆیێن شین تێدا هەبوون، ژ ناڤ رووداندێن ڤێ تاقیکرنا هەرمەکی، رووداندکا مسۆگەر بێژە.

ئەگەر

هەکە ئەم ڤەگەرێینە تاقیکرنا زارەیێ:

- ئەم دشێین هەموو رووداندێن سادە دیاربکەین کو ئەڤەنە $A=\{1\}$ و $B=\{2\}$ و $C=\{3\}$ و $D=\{4\}$ و $E=\{5\}$ و $F=\{6\}$ ((ل بیرا تەبێت کو رووداندا سادە بتنێ ژ ئێك ئەنجامێ دشیاندا پێکدهێت.
- هەموو ئەڤ رووداندە د ئەگەرا ندا د یەکسانن.
- سەرجەمێ هەموو ئەگەرێن رووداندێن سادە یەکسانە 1 .

ئەگەر

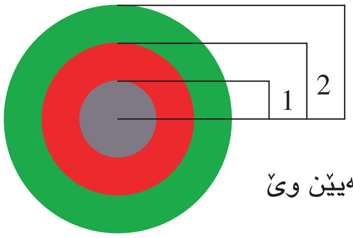
ئەگەرا رووداندا A دهێتە نڤیسین $P(A)$ و دهێتە پیڤان ب ژمارەکا راستی ل ناڤبەرا 0 و 1 و هەردوو دگەل ئانکو $0 \le P(A) \le 1$ هەکە A رووداندکا ستەم بیت دێ $P(A)=0$.

هەکە A رووداندکا مسۆگەربیت دێ $P(A)=1$.

سەرجەمێ ئەگەرێن هەموو ئەنجامێن دشیاندا دبیتە 1 .

نموونە 3

ئازادی تیرەك دانا تەختەكێ داریێ بازنەیی وەكی ل بەرامبەر، بۆشاییێ نموونێ بنڤیسە، ژمارا دانەیێن وێ چەندە؟ رووداو A وەسفبكە كو پێكهاتێن بازنا بچووك دنوێنیت. ژمارا دانەیێن وێ رووداوی چەندە؟



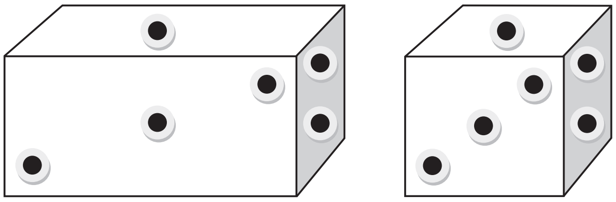
شیكار

هەر خالەك ژ خالێن تەختێ داری دبیتە ئەنجامەكا دشیاندا

ژمارا دانەیێن بۆشاییێ نموونێ نەیا دیاركریە.

رووداو A ژ هەموو خالێن بازنا بچووك پێكدهێت، و ژمارا دانەیێن وێ نەیا دیاركرییە.

دبێژن تاقیكرنا هەڕەمەكی خۆدان ئەنجامێن سنووردایە هەكە ژمارا ئەنجامێن وێ یێن دشیاندا دیاركریبن. بۆشاییێ نموونێ بۆ ڤی حالەتی ژ ژمارەكا سنووردایی یا دانان پێكدهێت.



نموونە 4

سامانی بەركێ زارەكێ هەلدا، وسەیرانا خویشكاوێ بەركێ زارەكێ هەلدا ب شێوێ رووولاكێشە تەریبی بوو وەكی لسەری دیار. و هەر ئێك یا رەنووسكریبوو ژ 1 هەتا 6. ئەرێ گوهۆڕینا شێوێ بەركێ زاریێ دێ بۆشاییێ نموونێ گوهۆڕیت؟ ئەرێ ئەگەرێن وان ئەنجامێن دشیاندا دێ هێنە گۆهۆڕین.

شیكار

گوهۆڕینا شێوێ بەركێ زارا سەیرانێ هەلدای بۆشاییێ نموونێ ناگوهۆڕیت و ئەو دبیتە $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ، لێ ئەگەرێن هەموو ئەنجامێن د شیاندا دهێنە گۆهۆڕین. ل تاقیكرنا سامانی ئەنجام دیەكسانن چونكە رووبەرێ هەموو رووییێن شەشپالوێ دیەكسانن. لێ ل تاقیكرنا سەیرانێ ئەگەرێن ئەنجامێن دشیاندا نەدیەكسانن. چونكی رووبەرێ رووییێن لاكێشە تەریبێ د جیاوازن.

دبێژن تاقیكرنا هەڕەمەكی، یارێكە هەكە ئەگەرێن ئەنجامێن دشیاندا دیەكسان بن.

ئەگەرا تیۆری

هەكە تاقیكرنا هەڕەمەكی یا سنووردایی و رێك بوو، ئەگەرا رووداو (A) كو ئێكە ژ روودانێن تاقیكرنێ دێ بیتە ژمارەكا راستی.

$$P(A) = \frac{\text{ژمارا وان ئەنجامێن رووداوێ پاسەداندكەن}}{\text{ژمارا هەموو ئەنجامێن دشیاندا}}$$

نموونە

5 مەروانی سیدییەکی کۆمپیوتەری ژ عەلبەکێ ڕاکێشا کو (٢) سیدیێن سۆر و 4 شین و 3 زەر تێدا هەبوون. ئەگەر چەندە سیدیێ ڕاکێشایی زەر بیت؟

شیکار

ئەڤ تاقیکرنا هەرەمەکی یا سنووردایە و ڕێکە، بۆشاییێ نموونێ دبیتە: $\{R_1, R_2, B_1, B_2, B_3, B_4, Y_1, Y_2, Y_3\}$

کو R هێما رەنگێ سۆرە، B هێما رەنگی شینە، Y هێما رەنگێ زەرە.

3 ئەنجام ڕوودانێ پاسەدانکەن ژ ناڤبەرا وان ئەنجامێن دشیاندا. ژبەر ڤێ چەندێ ئەگەرا

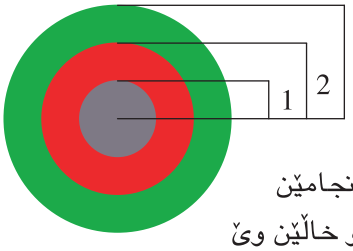
ڕاکێشانا سیدییەکی زەر دبیتە 3 ژ 9 یان $P(Y) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

هەوڵبدە شێرزادی سیدییەکی کۆمپیوتەرێ ژ عەلبەکێ ڕاکێشا، کو 3 سیدیێن سۆر و 5 سیدیێن شین و 7 سیدیێن زەر تێداهەبوون، ئەگەر چەندە کە سیدیی ڕاکێشایی شین بێت؟

چەوا ئەگەرێن ڕوودانەکێ ل تاقیکرنا هەرەمەکی یانە سنووردای دێ هەژمێرین؟ بەرسڤدانا مە دێ بتنێ لسەر بارێن تاقیکرنێن هەرەمەکی یێن ڕێك بیت. بتنێ دوو جۆران ژ ڤان حالەتان دێ خوینین.

نموونە

6 فەیرۆزێ تیرەك هاڤێت و ل بازنەکا داری دا کو ب دیواریڤە یا هەلاویستی بوو. ئەرێ ئەگەرا ڕوودانا B چەندە کو تیر ل دەڤەرا کەسك کەفتبیت؟



شیکار

هەر خالەك ژ خالێن بازنا داری، ئەنجامەکا دشیاندا دنوێنیت.

وخالێن ڕوودانا B پاسەدانکەن دبنە خالێن دەڤەرا کەسك،

چونکی ئەم نەشێین ژمارا ئەنجامێن دشیاندا و ژمارا ئەوان ئەنجامێن ڕوودانێ ساخدکەن دیاربکەین، ڤێجا ڕووبەرێ ئەوێ دەڤەرا کو خالێن وێ ڕوودانێ دنوێنیت [دەڤەرا کەسك]دێ دابەشکەین لسەر ڕووبەرێ دەڤەرا خالێن وێ بۆشاییێ نموونێ دنوێنین، ئانکو ڕووبەرێ هەموو تەختێ بازنەی.

$$P(B) = \frac{\text{ڕووبەرێ دەڤەرا کەسك}}{\text{ڕووبەرێ هەموو دەڤەرێ}}$$

$$P(B) = \frac{\pi(3)^2 - \pi(2)^2}{\pi(3)^2} = \frac{5\pi}{9\pi} = \frac{5}{9} = 0.556 = 55.6\%$$

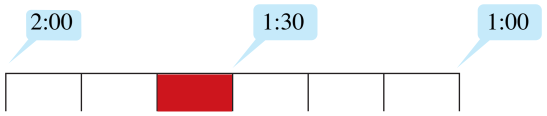
هەوڵبدە ئەگەر چەندە کو تیر ل دەڤەرا سۆر بکەڤیت.

نموونە

7 هەموو ڕۆژان کەمال ل ناڤبەرا دەمژمێر 1:00 و 2:00 پشتی نیڤرۆ بەرێ خۆ ددەتە پۆستا خۆ یا ئەلێکترۆنی. ئەرێ ئەگەرا ڕوودانا E چەندە کو ئەوی کاری ئەنجامبدەت ل ناڤبەرا **1:30** و **1:40**؟

شیکار

بۆشاییێ نموونێ پێکدهێت ژ هەموو ماوەیێن ل ناڤبەرا 1:00 و 2:00 و ڕوودان دبیتە کۆمەڵا ماوەیێن ل ناڤبەرا 1:30 و 1:40 بۆ هەژمارتنا ئەگەرا ڕوودانا E، دێ ماوەیێ ل ناڤبەرا 1:00 و 2:00 دابەشکەین بۆ چەندە ماوەیێن درێژیا هەر ئێك ژ وان 10 خولەك (درێژیا ماوەیی ل ناڤبەرا 1:30 و 1:40).



ماوەیێ سۆر ڕوودانێ دنوێنیت، ڤێجا ئەگەرا ڕوودانێ دبیتە ماوەیەك ژ 6 ماوەیێن یەكسان.

ئانكو.

$$P(E)=\frac{1}{6}\approx 0.167\approx 16.7\%$$

هەولبدە ئەگەر چەندە ئەو كارێ خۆ لناڤبەرا 1:30 و 1:35 ئەنجامبدەت؟

ئەگەرا ڕوودانا تەواوكەر

نموونە 8

هەكە B ڕوودانا دیاربوونا ژمارەكا نەمەزنتر ژ 2 بیت ل هەلدانا بەركێ زارەكێ، ڕوودانا تەواوكەر $\overline{B}$ بنڤیسە و ئەگەرا وێ بهەژمێرە، پەیوەندی ل ناڤبەرا ئەگەرا ڕوودانا B وئەگەرا ڕوودانا تەواوكەر $\overline{B}$ چییە؟

شیكار

$$B=\{1, 2\} \quad \overline{B}=\{3, 4, 5, 6\}$$

$$P(B)=\frac{2}{6}=\frac{1}{3} \quad P(\overline{B})=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$$

تێبینێ دكەین كو $P(B)+P(\overline{B})=\frac{1}{3}+\frac{2}{3}=\frac{3}{3}=1$ یان $P(\overline{B})=1-P(B)$.

ئەو ئەنجامێ ب دەستڤەفتی ل نموونەیا بووری دەربارەی پەیوەندیا ل ناڤبەرا ئەگەرا ڕوودانا B وئەگەرا ڕوودانا تەواوكەر $\overline{B}$ براستی ئەنجامەكێ گشتییە چێدبیت بهێتە بكارئینان ل هەر تاقیكرنەكا هەڕەمەكی.

نموونە 9

52 كاغەزێن هاوتا د سندوقەكێدا هەنە، 10 ژوان دسۆرن و 12 شینن و 14 سپینە و 16 دكەسكن، سیروانێ كاغەزەك راكێشا و ڤەگەراند، پاشی كاغەزەكا دی راكێشا، ئەگەرا ڕوودانا B كو كاغەزا ئێكێ یا شین بیت و ڕوودانا O كو كاغەزا دووێ نەیا شین بیت چەندە؟

شیكار

بۆشایێ نموونێ پێكدهێت ژ 52 دانەیان، چونكی ڕاكێشانا هەر كاغەزەكێ ئەنجامەكێ دشیاندا دنوێنت، ڕوودانا B ژ 12 دانەیان پێكدهێت، چونكی هەر كاغەزەكا شین ئەنجامەكێ دنوێنیت و ڕوودانێ ساخدكەت. $P(B)=\frac{12}{52}=\frac{3}{13}$

هەروەسا تو دشێی ئەگەرا ڕوودانا O ب وێ ڕێكێ بهەژمێری، ڕوودانا O ژ هەموو كاغەزێن سۆر و كەسك و سپی پێكدهێت: كو ژ 40 دانەیان پێكدهێت.

$$P(O)=\frac{40}{52}=\frac{10}{13}$$

لێ تو دشێی تێبینێ بكەی كو ڕوودانا O دبیتە تەواوكەری ڕوودانا B ودهێتە هەژمارتن ب ڤی شێوەی:

$$P(O)=1-P(B)=1-\frac{3}{13}=\frac{10}{13}$$

بەرهنگاری چ گوهۆڕین لسەر ئەنجامێ نموونەیا سەری دێ هێتە ئەنجامدان هەكە سیروانی كاغەزا ئێكێ نەڤەگەڕاندە ناڤ سندۆقێ بەری ڕاكێشانا كاغەزا دووێ؟

نموونە 10

فەرهادی بەرکێ زارەکا سەیر هەیە، یێ رەنووسکریە ژ 1 هەتا 6 و ئەگەرا دیاربوونا هەر ژمارەکێ ژبلی 1 ێ دبیتە ئەنجامێ لێکدانا ڤێ ژمارێ دگەل ئەگەرا دیاربوونا ژمارە 1.

ئەگەرا دیاربوونا هەر ئێک ژ هەر شەش ژماران چەندە؟

شیکار

ل دووڤ پێدایێن پرسیارێ ئەم دشێین ئەڤێن ل خوارێ بهەژمێرین.

$P(6)=6P(1)\quad P(5)=5P(1)\quad P(4)=4P(1)\quad P(3)=3P(1)\quad P(2)=2P(1)$

چونکی سەرجەمێ ئەگەرێن هەموو ئەنجامێن دشیاندا دبیتە 1 .

$$\begin{aligned}1&=P(1)+P(2)+p(3)+p(4)+P(5)+P(6)\\&=P(1)+2P(1)+3P(1)+4P(1)+5P(1)+6P(1)\\&=(1+2+3+4+5+6)P(1)\\&=21P(1)\end{aligned}$$

ڤێجا $P(1)=\frac{1}{21}\quad P(2)=\frac{2}{21}\quad P(3)=\frac{3}{21}\quad P(4)=\frac{4}{21}\quad P(5)=\frac{5}{21}\quad P(6)=\frac{6}{21}$

هەوڵبدە ئەگەرا دیاربوونا ژمارەکا خۆبەش ل تاقیکرنا نموونەیا لسەری چەندە؟

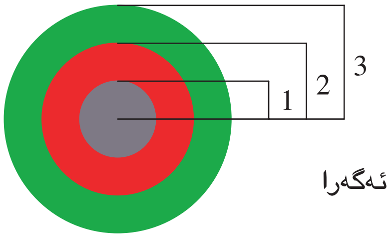
راهێنان

بەردەوامبوون د بیرکارییدا

1 ئەگەرا دەرنەچوونا نەبەز چەندە ل تاقیکرنا بیرکارییێ هەکە ئەگەرا دەرچوونا وی 90% بت؟

2 روونبکە چەوا رووبەران بۆ هەژمارتنا ئەگەران بکاردئینن.

راهێنانێن ئاراستەکری



3 کارزانی گۆیەکا شووشەی ژ تویرکەکی راکێشا کو 5 گۆیێن شین و 3 سۆر و ئێک سپی تێدا هەنە، ئەگەر چەندە کو گۆیا راکێشای یا سۆربیت؟

4 لەیلایێ تیرەک دانا تەختەکی ب دیوارێڤە هەلاویستی، ئەگەرا تیرە بکەڤیتە د دەڤەرا شیندا چەندە؟

5 دلشاد رۆژانە ل ناڤبەرا دەمژمێر حەفت و هەشتێ سپێدێ بەرێ خۆ ددەتە پۆستا خۆیا ئەلیکترۆنی، ئەگەر چەندە کو ڤێ کارێ ل ماوەیێ 7:30 و 7:45 ئەنجامبدەت؟

6 کۆمەلەکا خێرخوازییێ پلێت راکێشانەکێێ رێکدکەت بۆ دابینکرنا چالاکیێن خۆ. ئەو پلێت هاتبوونە رەنووسکرن ژ ژمارە 0000 هەتا ژمارە 9999 . ئەگەر چەندە ژمار پلێتا دەرچوویی ب ژمارە 3 دەستپێبکەت و ب دوماهیێک بهێت ب ژمارە 2 یان 1 ؟

راهێنان و بجهئینان

تویرکەکی 3 پلێتێن سپی و 2 رەش و 5 کەسک تێدا هەنە و هەموو د هاوتانە، رێباری پلێتەك راکێشا ئەگەر چییە ئەو پلێتەیە:

7 سپی بیت **8** رەش بیت **9** سۆر بیت

پاس ل ناڤبەرا دەمژمێر هەشت و 5 خولەك ل سپێدێ دگەهتە ویستگەها نێزیکی مالا سامانی. ئەگەر چەندە هەڤالێ وی سواری پاسێ بیت هەکە ل ڤان دەمان گەهشتە ویستگەهێ.

10 8:04 **11** 8:02 **12** 8:01 **13** 8:03

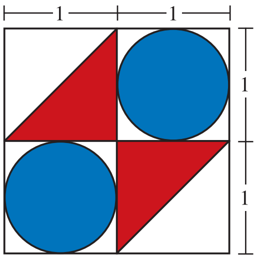
ئەندازە: سامی تیرەك دانا تەختەکێ داری وەکی ل شێوێ بەرامبەر. ئەگەرا هەر روودانەکێ بەهژمێرە.

14 تیرە بکە ڤیتە د دەڤەرەکا بازنەیدا.

15 تیرە بکە ڤیتە د سێگۆشەکا سۆردا

16 تیرە بکە ڤیتە د سێگۆشەکا سپیدا.

17 تیرە بکەڤیتە د دەڤەرەکا سپیدا.



بجهئینان

دیمۆگرافیا: خشتێ ل خوارێ ژمارا ئاکنجیان ژبلی زارۆکان ل باژێرەکی دیار دکەت، ل دووڤ ژیێ وان و رەگەزی.

ژی	نێر	مێ
17 – 14	38	39
19 – 18	1 224	1 416
21 – 20	1 294	1 414
24 – 22	1 260	1 263
29 – 25	950	1 058
34 – 30	166	118
35 بەرەوژوور	559	1 824

کەسەك ب هەرەمەکی هاتە هەلبژارتن، ئەگەر چەندە کو ژیێ وی کەسی دچەشنەکێ ژ ڤاندابیت.

18 42-18 **19** 29-25 **20** 43-30 **21** 30 بەرەوژوور

22 ئەگەرا هەر روودانەکێ بهەژمێرە ل دەمێ هەلدانا دوو بەرکێن زارێن رەنگ جودا.

أ هەردوو ژمارێن دیاربووین دیەکسان بن.

ب سەرجەمێ هەردوو ژمارێن دیاربووین 12 بیت.

ج ب کێماتی ژمارە 3 لە سەر روویەکی ژ هەر دوو رووان دیاربیت.

د سەرجەمێ هەردوو ژمارێن دیاربووین ژ 5 کێمتربیت.

23 نۆینەرێ پۆلەکێ ژ ناڤبەرا 8 کچ و 12 کوڕان هاتە هەلبژارتن ئەگەر چەندە؟

أ ئەو نۆینەرە کوڕ بیت.

ب ئەو نۆینەرە کچ بیت

ج ئەو نۆینەرە کچ بیت هەکە دوو کوڕان وکچەکێ خۆ کاندید نەکرن؟

24 ل پرسیارا چوویی، کەنگی ئەگەرا نۆینەر کوڕبیت یان کچ بیت دێ یەکسان بن.

25 ل تاقیکرنەکا هەڕەمەکی سێ ئەنجامێن دشیاندا هەنە و ئەڤەنە A,B,C

هەکە $P(A)=0.2$، $P(B)=0.5$، ئەوا $P(C)$ بینەدەر.

لێنێرینەك بۆ پاش

26 بۆشایێ نموونێ بۆ تاقیکرنا هەلدانا پارچە دراڤەکێ کانزای 3 جاران بنڤیسە. ڕووداناA بنڤیسە کو دیاربوونا هەمان ڕووێ ل هەرسێ هەلدانان بنوێنیت.

27 ڤان ڕووداانان بنڤیسە ل تاقیکرنا هەلدانا دوو بەرکێن زارێن ڕەنگ جودا.

أ هەر دوو ژمارێن دیاربووین د یەکسان بن.

ب سەرجەمێ هەر دوو ژمارێن دیاربووین خۆبەش بیت.

ج سەرجەمێ هەردوو ژمارێن دیاربووین ژمارەکا جووتبیت و مەزنتربیت ژ 2 .

28 ئەرێ دناڤ ڕووداانێن پرسیارا 27 دا دوو ڕووداانێن جودا [جیا] هەنە؟ هەکە هەبن دیاربکە.

29 چەند دانە د تەواوکەرێ ڕووداناA دا هەنە ل پرسیارا 26 .

لێنێرینەك بۆ پێش

30 ڤیانێ دوو گۆ پێکڤە ژ توبرکەکێ ڕاکێشان، کو 5 گۆتێدا هەبوون 3 سۆر و 2 سپی. ئەگەر چەندە هەردوو گۆ سۆر بن؟

وانە 3

یاسایا بنچینەی یا هەژمارتنێ

Fundamental Counting Principle

ئارمانج

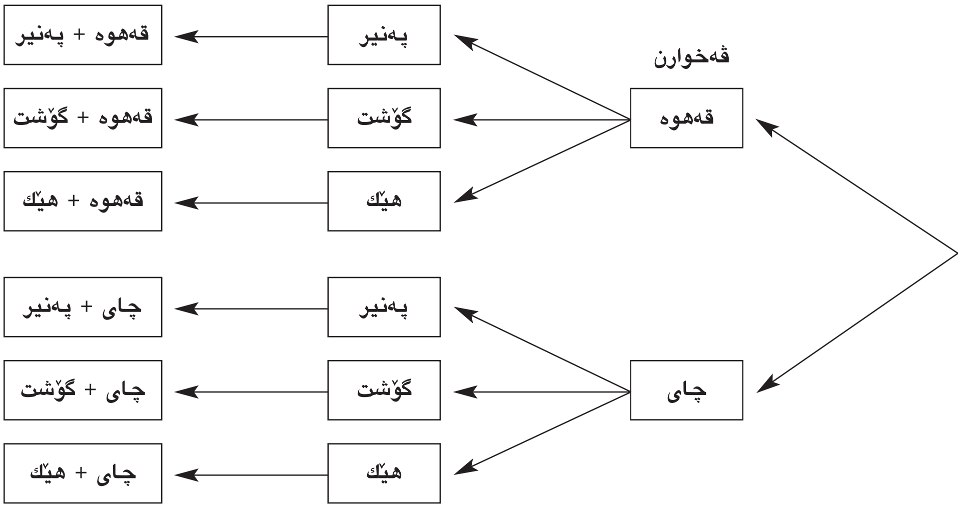
- دروستکرنا هێلکاری داری بۆ نواندنا بارەکی [حالەتەکی].
- بکارئینانا یاسایا بنچینەی یا هەژمارتنێ.

بۆچی گەلەک جاران مە پێتڤیاتی ب هندەک رێیان هەیە بۆ هەژمارتنا چەند ئەنجامان ل تاقیکرنێ.

ل وانەیا چوویی مەدیت کو هەژمارتنا ئەگەرا روودانەکێ ژ روودانێن تاقیکرنەکا سنووردای پێدڤی ب دیارکرنا هەموو ئەنجامێن تاقیکرنێ یێن دشیاندا و ژمارا وان ئەنجامێن دشیاندا کو رووداننێ ساخدکەن هەیە. ل ڤێ وانێ و ل وانەیا بهێت دێ فێری چەند رێکێن هەژمارتنێ بین کو هاریکاریا مە بکەن بۆ هەژمارتنا ئەوا مە بڤێت بهەژمێرین.

یاسایا بنچینەی یا هەژمارتنێ

ئەو رێکا ئێکێ ئەم فێر دبینێ بکارئینانا هێلکاری دارییە، بۆ نموونە تێشتا سپێدێ ل هوتێلەکێ وەربگرە، هەر کەسەک دشێت چایێ یان قەهوێ هەلبژێریت ژ لایەکی و ژلایێ دی دشێت ژ سێ جۆرێن خوارنێ پەنیری یان گۆشتی یان هێکێ هەلبژێریت. هێلکارێ ل خوارێ هەموو رێکێن دشیاندا بۆ دیارکرنا دانەکێ خوارنێ دنوێنیت.



چالاكى

ڤەديتنا هێلكارێ دارێ

خوارنگەهەك دوو جۆرێن خوارنێ بۆ مێڤانێن خۆ پێشكێشدكەت. هەر دانەكێ خوارنێ ژ ئامانەكا گۆشتى و ئامانەكا زەلاتێ پێكدهێت. هەر كەسەك دشێت زەلاتا كاهوو يان زەلاتا تەماتێ هەلبژێرت. هەرووسا دشێت ئێك ژ سێ جۆرێن خوارنێ هەلبژێريت گۆشتێ بژارتى يان گۆشتێ سۆركرى يان مريشك.

زەلاتا كاهوو
زەلاتا تەماتێ

1. ل دەسپێكێ هێلكارێ دارێ وێنەبكە بۆ دياكرنا هەردوو جورێن زەلاتێ وەكى ل بەرامبەر.
2. ژ هەردوو هەلبژارتنێن زەلاتێ دەستپێبكە هێلكارێ دارێ بكێشە بۆ هەلبژارتنا جۆرێ گۆشتى.
3. ئەو دانێن خوارنێ يێن دهێنە پێكئينان چينە؟ و ژمارا وان چەندە؟
4. خوارنگەهێ دڤێت پيڤازێ يان بيبەرا [فلفل] بژارتى بێێختە سەر گۆشتى.

ئاستێ سێ بێێخە سەر هێلكارێ دارێ دا تو بشێى ژمارا وان دا نێن خوارنێ نهۆكە پێكدهێن بژمێرى و ئەو ژمارە چەندە؟

خالەكا ڤاچێرێ ✓

هێلكارێ دارێ بۆ نموونا چووى بكێشە دەستپێكرن ب خوارنێ وەك هەلبژارتنا ئێكێ، ئەرێ ئەڤ گو هۆرينە ل رێزكرنا هەردوو هەلبژارتنان دێ ئەنجامان گوهۆريت؟

ب ديتنا هێلكارێ دارێ ب ئاويەكى باش و زانينا چاوانيا دروستكرنا وى دبيتە روونكرنا ياسايا بنچينەيا هەژمارتنێ.

ياسايا بنچينەى يا هەژمارتنێ

هەكە m رێكێن دشياندا هەبوون بۆ ئەنجامدانا رووداناكێ، $\bar{9}$ n رێكێن دشياندا هەبوون بۆ ئەنجامدانا رووداناكا دى، دێ mn رێكێن دشياندا هەبن بۆ ئەنجامدانا هەردوو رووداناان پێكڤە.

نموونە 1

سامى دڤێت پەيڤەكا نهێنى ياتايبەت بۆ خۆ هەلبژێريت دا بچيتە دناڤ ئەنتەرنێتێدا، ئەڤ پەيڤە ژ دوو پيتێن نڤيسينا پيتێن ئينگليزى پێكدهێت و چار رەنووس ل دووڤرا دهێن، ئەرێ ئەو دشێت چەند پەيڤێن نهێنى پێكبينيت ب مەرجەكى نەشێت پيتا o و ژمارە 0 بكاربينت؟

شيكار

سامى دكارت پيتەكێ ژ ناڤ 25 پيتان و رەنووسەكێ ژ ناڤ 9 رەنووسان هەلبژێريت. هەكە ياسايا بنچينەيا هەژمارتنێ بكاربينت، دێ ئەڤا ل خوارێ بدەست مە كەڤيت:

پيتا ئێكێ		پيتا دووێ		رەنووسێ ئێكێ		رەنووسێ دووێ		رەنووسێ سێ		رەنووسێ چارێ
25	×	25	×	9	×	9	×	9	×	9

ژمارا پەيڤێن نهێنى دبيتە.

$$25^2 \times 9^4 = 4\ 100\ 625$$

نموونـــــــه 2

تابلۆیێن ترۆمبێلان ژ سێ پیتان پێکدهێن و ل دووڤرا سێ ڕەنووس دهێن. ژمارا تابلۆیێن دشیاندا چەندە؟ ئەگەر چەندە کو پیتێن تابلۆیێ ترۆمبێلا تە ژ هەرسێ پیتێن دەستپێکا ناڤێ تەیێ سێقۆلی بیت ب وێ ڕێکخستنێ؟

شیکار

دەست ب هەژمارتنا دانەیێن بۆشایێ نموونێ بکە.

ڕەنووسێ سێ		ڕەنووسێ دوویێ		ڕەنووسێ ئێکێ		پیتا سێ		پیتا دوویێ		پیتا ئێکێ
10	×	10	×	10	×	28	×	28	×	28

ژمارا تابلۆیێن دشیاندا دبیتە $21\ 952\ 000 = 28^3 \times 10^3$ تابلۆ.

پاشی ژمارا تابلۆیێن مەرجی ساخدکەن بهەژمێرە.

ڕەنووسێ سێ		ڕەنووسێ دوویێ		ڕەنووسێ ئێکێ		پیتا سێ		پیتا دوویێ		پیتا ئێکێ
10	×	10	×	10	×	1	×	1	×	1

ژمارا تابلۆنێن مەرجی ساخدکەن دبیتە $1000 = 10^3$.

بڤێ شێوەی ئەگەرا پیتێن پلێتا ترۆمبێلا تە کو ژ هەرسێ پیتێن دەستپێکا ناڤێ تەیێ سێقۆلی بت ب وێ ڕێکخستنێ دبیتە $0.000045 = \frac{1000}{21\ 952\ 000}$.

ڕاهێـــــــنـــان

بەردەوامبوون د بیرکارییدا

1 ڕوونبکە چەوا هێلکارێ دارێ هاریکاریا تە دکەت بۆ تێگەهشتنا یاسای یا بنچینەیا هەژمارتنێ.

ڕاهێنانێن ئاراستەکری

2 فەرهادی دڤێت پەیڤەکا نهێنی یا تایبەت بۆ خۆ هەلبژێریت دا بچیتە دناڤ ئەنتەرنێتێدا. ئەڤ پەیڤە ژ دوو پیتێن نڤیسینا ئێنگلیزی پێکدهیت وسێ ڕەنووس ل دووڤرا، ئەرێ فەرهاد دکارت چەند پەیڤێن نهێنی پێکبینت ب مەرجەکێ ئەو نکارت پیتا o و ڕەنووسا 0 بکاربینت. هێلکارێ دارێ پێکبینە بۆ تۆمارکرنا هەموو چالاکیێن دەرەکی.

3 تۆمارکرنا هەر ئێك ژ چالاکیێن دەرەکی.

- وەرزش تەپاپێ، تەپا سەبەتێ تەپا سەرمێزێ.
- **هونەر**: مۆزێك، وێنە
- **یانە**: زانست، بیرکاری

ڕاهێنان و بجهئینان

هێلکارێ دارێ دروستبکە بۆ دیارکرنا هەموو ئارەزوێێن دشیاندا ل ناڤ مال و ژ دەرڤە.

4 ئارەزۆ:
- دناڤ ماڵدا، خواندن، بەرێ خودانا تلەفزیونێ، گوهێ خۆدانا مۆزیکێ.
- ژ دەرڤەی مال: غاردان، سەیران، یانە.

ژمارا پەیڤێن نهێنی یێن دشیاندا دیاربکە، بکارئینانا هەموو پیتێن نڤیسینا ئینگلیزی و هەموو رەنووسان بۆ هەر بارەکی:

5 دوو رەنووس و لدووڤرا سێ پیت پاشی رەنووسەك لدووڤرا.

6 سێ رەنووس، لدووڤرا دوو پیت، پاشی رەنووسەك لدووڤرا.

7 سێ پیت، لدووڤرا سێ رەنووس.

8 دوو پیت، لدووڤرا چار رەنووس.

9 **بەلاڤکرنا پەرتووکان:** هەر پەرتووکەکا هاتیە بەلاڤکرن ژمارەکا جیهانی هەلگرت دبێژنێ ISBN ئەڤ ژمارە ژ دەه رەنووسان پێکدهێت کو زانیاریێن پەرتووکێ وەکی زمانی پەرتووکێ و ناڤێ بەلاڤکەری. چەندە ژمارا رەنووسکرنێن دشیاندا؟

10 **ئەزموون:** ئەزموونا هەلبژارتن ژ چەند بەرسڤان، 15 پرسیار تێدا هەنە هەر پرسیارەکێ چار بەرسڤ هەنە. ژمارا هەموو بەرسڤێن دشیاندا بۆ هەموو پرسیاران چەندە؟

11 **ئاسایش:** پسپۆرەك ل بوارێ ئاسایشێ كار دكەت لسەر چێكرنا كلیلەكێ بۆ سیستەمەكێ ئاسایشێ، ئەڤ كلیلە سێ پیتان C, B, A بكاردئینت و چێدبیت هەر پیتەك پتر ژ جارەكێ بهێتە بكارئینان. ئەڤێ پسپۆری دڤێت ئەگەرا سەركەفتنا ڤەكرنا ڤێ كلیلێ كێمتر بیت ژ 0.001 ئەرێ كێمترین ژمارا پیتێن ڤێ كلیلێ چەندە؟

لێنێرینەك بۆ پاش

12 ل بێرا تەبیت كو پەركێن یاریێ ژ 52 پەركان پێكدهێن و ب یەكسانی دهێنە بەلاڤكرن لسەر شێوەیێن ♥ و ♦ و ♣ و ♠. دلدار كاغەزەك ژوان راكێشا. ژمارا ئەنجامێن دشیاندا چەندە؟ و وان ژمارا ئەنجامان چەندە كو رووداوا (راكێشانا كاغەزا سۆر) ساخبكەن.

13 ئارامێ دوو كاغەز ئێك لدووڤ ئێك ژ پەركێن یاریێ راكێشان. ئەگەر چەندە كو هەردوو كاغەز ♣ بن هەكە ئارام كاغەزەكێ ڤەگەرینیت. وتێكەلبكەت بەرێ راكێشانا یا دووێ.

14 ئارامی دیت كو كاغەزا ئێكێ ♠ بوو، كاغەزا دووێ راكێشا بێی یا ئێكێ ڤەگەرینیت، ئەگەر چەندە كو یا دووێ ♠ بیت.

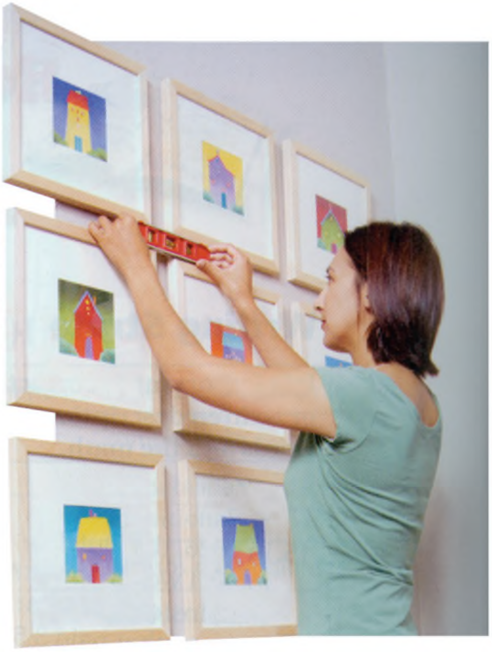
لێنێرینەك بۆ پێش

15 دوو كەس هاتنە هەلبژارتن ژ ناڤ 3 كچ و 4 كوران. ئەگەر چەندە ئەڤ هەردوو كەسە كور بن؟

وانه
4

گوهۆڕین و ڕیزبەندی* و گۆنجین

Permutations, Arrangements and Combinations



بۆچی

گەلەك جاران بەحسێ ڕێكخستنا ژمارەكا دیاركری ژ دانەیێن كۆمەلەكێ دەكەن ب ڕێزكرن یان بێ ڕێزكرن.

ئارمانج

- نڤیسینا گوهۆڕینێن كۆمەلەكێ و دیاركرنا ژمارا وان.
- هەژمارتنا ژمارا گوهۆڕنێن r تشتان ژ ناڤبەرا n تشتان.
- هەژمارتنا ژمارا گونجینێن r تشتان ژ ناڤبەرا n تشتان.

ل وانەیا چوویی مەدیت چەوا یاسایا بنچینەیا هەژمارتنێ دهێتە بكارئینان بۆ دیاركرنا دانەیێن بۆشایێ نموونێ ، و ژمارا وان دانەیێن ڕوودانێ پێكدئینن. دڤێ وانێدا دێ فێری هندەك ڕێكێن دی بین بۆ هەژمارتنێ. دێ دەست ب پێناسەكا سادە و گرنگ كەین.

لێكدایێ n n Factorial

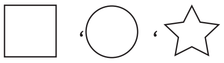
هەكە n ژمارەكا تەواوا مووجەب بیت، لێكدایێ n دبیتە ئەنجامێ لێكدانا ژمارێن تەواو ژ 1 هەتا n و زانایێن بیركارییێ ئەڤ پێناسە بەرفرەهكرن هەتا حالەتێ $n=0$ بخۆڤەبگریت دا بزانن كو $0!=1$.

$$n!=\begin{cases}1\times 2\times \ldots \times n & : \ n>0\\ 1 & : \ n=0\end{cases}$$

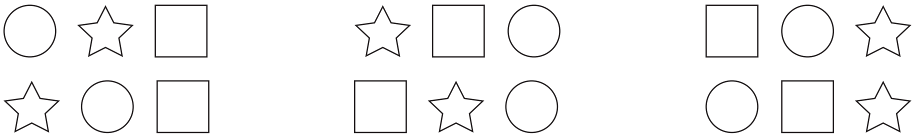
كو n ژمارەكا نەیا سالب بیت.

گوهورین

گوهۆڕین ڕێكخستنا ژمارەكا تشتانە ب ڕێزكرنەكا دیاركری.

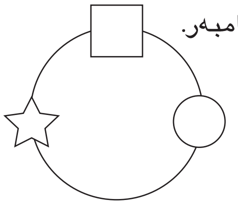
نموونە 1 هەموو گوهۆڕینێن ڤان تشتان بكێشە  .

شیكار



* ڕێزبەندی= تراتیب

تو دكارى تشتان لسەر راستەهێلەكىَ رێكبێخى وەكى ل نموونەيا پێشيىَ،
و هەروەسا تو دكارى لسەر بازنەكىَ رێكبێخى وەكى ل وێنەيىَ بەرامبەر.



نموونە 2

شيكاركرنا پرسياران

چێكرنا ليستەكا رێك: خشتىَ ل خوارىَ هەموو گوهۆرينێن دشياندا دياردكەت بۆ پيتێن لاتينى D، C، B، A. **تو چەوا دكارى ياسايا بنچينەيا هەژمارتنىَ بكاربينى بۆ دەرئينانا ژمارا ڤان گوهۆرينان؟**

DABC	*CABD*	*BACD*	*ABCD*
DACB	*CADB*	*BADC*	*ABDC*
DBAC	*CBAD*	*BCAD*	*ACBD*
DBCA	*CBDA*	*BCDA*	*ACDB*
DCAB	*CDAB*	*BDAC*	*ADBC*
DCBA	*CDBA*	*BDCA*	*ADCB*

شيكار

تو دكارى ژمارا ڤان گوهۆرينان دياربكەى بكارئينانا ياسايا بنچينەيا هەژمارتنىَ هەر وەك ل خوارىَ.

يادشياندايە پيتا ئێكىَ ژ ناڤ 4 هەلبژێرى

يا دشياندايە پيتا دووىَ ژ ناڤ 3 هەلبژێرى

يا دشياندايە پيتا سىَ ژ ناڤ 2 هەلبژێرى

يا دشياندايە پيتا چارىَ ژ ناڤ 1 هەلبژێرى

ڤێجا ژمارا هەموو گوهۆرينان دبيتە: $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 4! = 24$

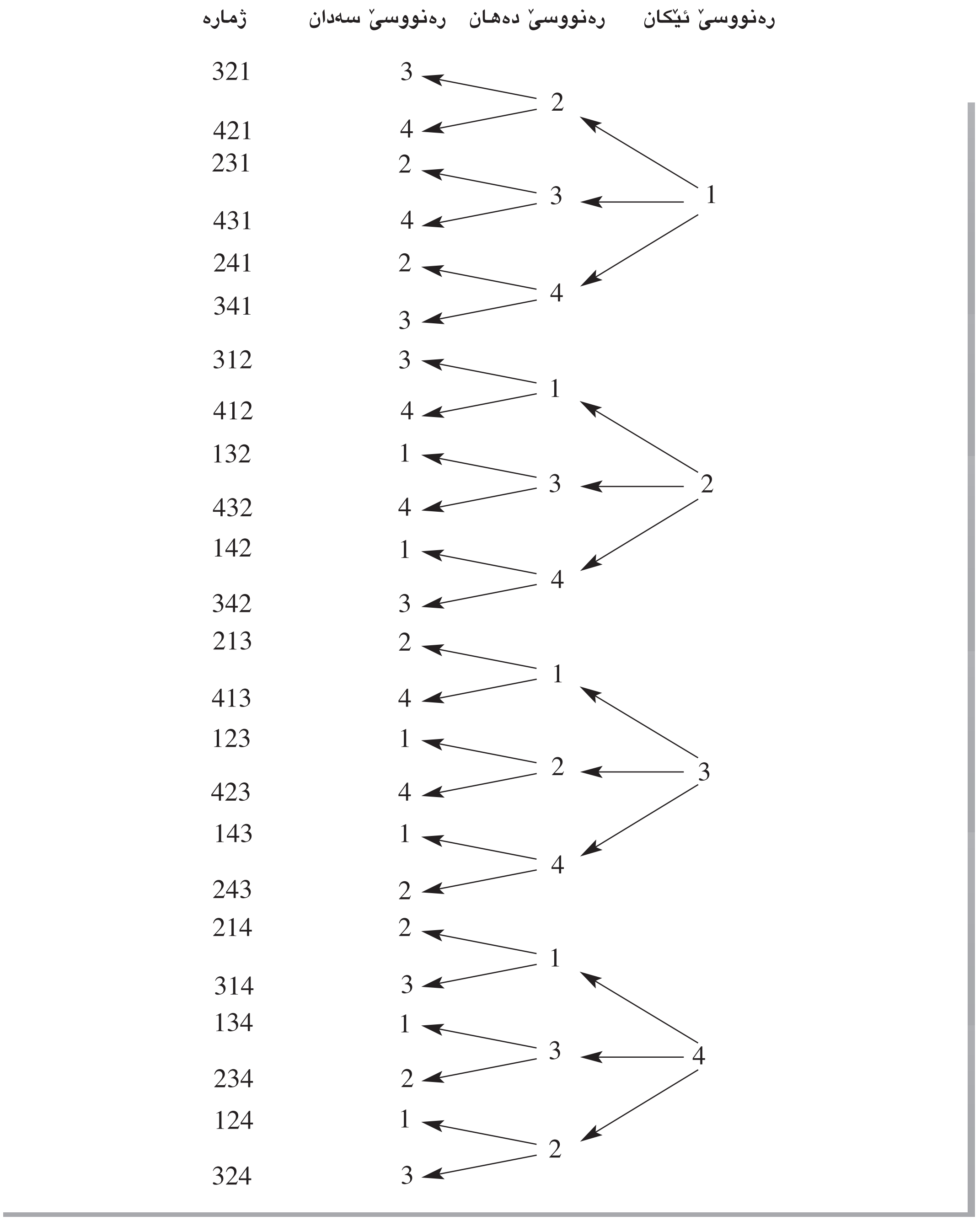
رێزبەندى

نموونە 3

چەند ژمارێن سىَ رەنووسى تو دشێى بنڤيسىَ بكارئينانا رەنووسێن 1، 2، 3، 4، بێى دووباربوون، ڤان ژماران بنڤيسە.

شيكار

هێلكارىَ دارىَ بكاربينە، ل بەرپەرىَ ل دووڤرا هێلكارىَ دارىَ هەموو هەلبژارتنێن دشياندا دياردكەت، بۆ هەلبژارتنا رەنووسىَ ئێكان، پاشى رەنووسىَ دەهان، پاشى رەنووسىَ سەدان. هەر وەسا ئەو ژمارا دياردبيت بۆ هەر بارەكى (حالەتەكى).



ئەوا ل نموونەیا چوویێ هاتیە ئەنجامدان رامانا ویێ ئەوە تە 3 ڕەنووس ڕێکخستن ژ 4 ڕەنووسێن بنەڕەتی، و ئەوا ب دەست تەکەفتی دبێژنێ **ڕێزبەندیا** 3 تشتان ژ ناڤ 4 تشتان.

بۆ دیارکرنا ژمارا ڤان ڕێزبەندیان، یاسایا بنچینەیا هەژمارتنێ بکاربینە:

یا دشیاندایە ڕەنووسیێ ئێکێ ژ ناڤ 4 هەلبژێری		یا دشیاندایە ڕەنووسیێ دوویێ ژ ناڤ 3 هەلبژێری		یا دشیاندایە ڕەنووسیێ سێ ژناڤ 2 هەلبژێری
4	×	3	×	2

و ب ڤی شێوەی ژمارا ڕێزبەندیان دێ بیتە $24 = 2 \times 3 \times 4$.

هەوڵبدە تو دکاری چەند ژمارێن 4 ڕەنووسی چێبکەی بکارئینانا ڕەنووسێن 1، 2، 3، 4، 5 بێی دووبارەبوون؟

نموونە 4

بابێ هەواری 10 سیدیێن مۆزیکێ کرنە دیاری بو کۆرێ خو. هەواری دڤیا گوهێ خوبدەتە سێیان ژوان ئێك ل دووڤ ئێکێ.

ئەرێ هەواری چەند هەلبژارتن هەنە؟

شیکار

هەوار دشێت سیدیێ ئێکێ ژ ناڤ 10 سیدییان هەلبژێریت. ویێ دووێ ژ ناڤ 9 سیدییان، ویێ سێ ژ ناڤ 8 سیدییان. ڤێجا هەکە یاسایا بنچینەیا هەژمارتنێ بکاربینت ڕێکێن هەلبژارتنێ دێ بنە $10 \times 9 \times 8 = 720$

هەولبدە مەروانی پێنج چیرۆك کرین دا سێیان ژ وان ل بهێنڤەدانا هاڤینێ بخوینت. ئەرێ مەروانی چەند ڕێکێن هەلبژارتنێ هەنە؟

ڕیزبەندیا r تشتان ژ ناڤ n تشتان

ژمارا ڕیزبەندیێن r تشتان ژ ناڤ n دەمێ $r \le n$ دبیتە $P^n{}_r = \frac{n!}{(n-r)!}$ دەمێ $r \le n$ و دبێژنێ گوهۆڕین.

نموونە 5

سەلمایێ دڤێت 4 پەرتووکان بێختە دناڤ پەرتووکخانا خودا کو ژ (١٥) ڕەفکێن پێکهاتییە ب مەرجەکی پتر ژ ئێك پەرتووکێ ناهێتە دانان لسەر هەر ڕەفکەکی. **ئەرێ چەند هەلبژارتن ل پێش هەنە؟**

شیکار

پرسیار دبیتە ڕێکخستنا 4 ڕەفکان ژ ناڤ 10ڕەفکان. سەلما ڕەفکا ئێکێ ژ ناڤ 10 ڕەفکان هەلدبژێریت، ویا دووێ ژ 9 ویا سێ ژ 8 ، ویا چارێ ژ 7 . ب ڤێ ڕێکێ ژمارا هەلبژارتنان دبیتە: $10 \times 9 \times 8 \times 7 = 5040$

هەولبدە دلشاد 5 گۆیێن ڕەنگ جودا هەنە و دڤێت لسەر 8 سندۆقێن ڕەنووسکری بەلاڤبکەت ب مەرجەکی کو پتر ژ ئێکێ نە ئێختە دناڤ هەر سندۆقەکێدا، **ئەرێ دلشادی چەند هەلبژارتن هەنە؟**

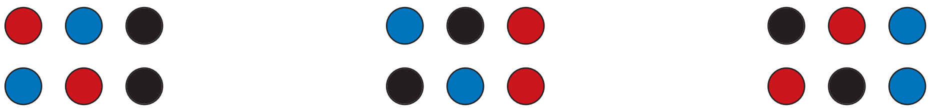
گوهۆڕینێن بازنەی

نموونە 6

ل باخچێ لەیلایێ 3 کورسی هەنە: شین و سۆر و کەسك. لەیلایێ دڤێت ڤان کورسیان ل دۆر مێزەکا بازنەی ڕێکبێخت. **ئەرێ هەلبژارتنێن لەیلایێ چنە؟ و ژمارا وان چەندە؟**

شیکار

هەکە تو بەرێ خو بدەیە گوهۆڕینێن هێلی بۆ هەرسێ کورسیان دێ ئەڤێن ل خوارێ بینی:



بەرێ خو بدە هەرسێ گوهۆڕینێن هیلەی ل ڕێزا ئێکێ (شین، سۆر، ڕەشە) ئێك گوهۆڕینا بازنەی پێکدئینن. و گوهۆڕینا هیلەی ل ڕێزا دووێ (شین، ڕەش، سۆر) ئێك گوهۆڕینا بازنەی پێکدئینن، ڤێجا لەیلایێ دوو ڕێکێن هەلبژارتنێ هەنە بۆ دانانا کورسییان ل دۆر مێزێ.

هەولبدە ژمارا هەلبژارتنان چەندە بۆ ڕێزکرنا 4 جۆرێن زەلاتێ دئامانەکا بازنەییدا.

گوهۆڕینێن بازنەی

ژمارا گۆهۆڕینێن بازنەی بۆ n تشتان دبیتە $(n-1)!$.

گۆنجین

مەدیت کو گۆهۆڕین دبیتە ڕێکخستنا r تشتان ژ بنچینەیێ n ب ڕێزکرنەکا دیارکری.
هەکە ڕێزکرن د ڕێکخستنەکێدا نەیا گرنگ بوو دبێژنێ **گونجین**، گونجینا r تشتان ژ ناڤ n تشتان، کو $r \le n$ ب سادەی دبیتە کۆمەڵەك ژ r تشتان ژ ناڤ n تشتان:
هەکە تە ئەڤ ژمارە هەبن: 1، 2، 3، 4، 5، دانەیێن 2، 3، 5 گۆنجینێ 3 دانە ژ بنجینێ 5 پێکدئینن.
بەرێ خۆبدێ کو 2 ،3 ،5، هەمان گونجین پێکدهێت ب بەرۆڤاژیا ئەوا ل گوهۆڕینێ ڕوودەدەت.

نموونە 7

جێبەجێکردن
وەرزش

ئەندامێن یانەیەکا وەرزشێ ب هەلبژارتنەکا نهێنێ لێژنەیەکا کارگێڕی دروستدکەت، ژ سەرۆك و جێگرێ سەرۆکی و ڕاگر و بەرپرسێ دارای و بەرپرسێ پەیوەندیان، ژ ناڤ 7 پالێوراوان. **ژمارا پێکهاتێن دشیاندا چەندە؟**

شیکار

بۆ هەژمارتنا ژمارا پێکهاتێن دشیاندا دێ بینین کو:

ئەم دشێین سەرۆکی هەلبژێرین ژ ناڤ	ئەم دشێین جێگرێ سەرۆکی هەلبژین ژ ناڤ	ئەم دشێین ڕاگری هەلبژیرین ژ ناڤ	ئەم دشێین بەرپرسێ دارای ژ هەلبژێرین ژ ناڤ 4	ئەم دشێین بەرپرسێ پەیوەندیا هەلبژێرین ژ ناڤ
7	6	5	4	3

$$7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3$$

ب ڤێ شێوەی ژمارا پێکهاتێن دشیاندا دبیتە $7\times6\times5\times4\times3=\frac{7!}{(7-5)!}=2520$

نموونه 8

شیکارکرنا پرسیاران

یانەیا وەرزشێ ریێکا هەلبژارتنا دەستەکا کارگێریێ گۆهارت، پێدڤییە لسەر ئەندامان 5 پالێوراوان ژ 7 هەلبژێریت بۆ پێکهاتەیا دەستەیا کارگێریێ بێی دیارکرنا کارێ وان، کو ئەو دێ کارێ ل ناڤبەرا خۆ دابەشکەن.

أ ژمارا ریێکێن دابەشکرنا کاری ل ناڤبەرا هەر پێنج ئەندامان چەندە؟

ب ژمارا لێژنێن کارگیری چەندە کو ئەندام دشێن هەلبژێرن ب ریێکا هەلبژارتنا نوو.

شیکار

أ ژمارا وان ریێکێن کو پێنج ئەندام دشێن دناڤ خۆدا، کارێ خۆیێ دابەشبکەن دبیتە گوهۆڕینا کۆمەلەکا 5 دانەی. $5! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 = 120$

ب بۆ هەژمارتنا ژمارا لێژنێن کارگێری کو یا دشیاندایە ئەندام هەلبژێرن ب ریێکا هەلبژارتنا نوو. بەرێ خۆ بدێ کو هەر لێژنەکا هەلبژارتی کۆمەڵەکا 5 ئەندامە ژ ناڤ 7 . ژلایەکی دی هەر لێژنەکا هەلبژارتی 120 ریێکخستنان پێکدئینت بۆ دەستەیا کارگێری:

ژمارا ریێکخستنێن دشیاندا دبیتە ژمارا گوهۆڕینێن 5 تشتان ژ ناڤ 7ئانکو $= 2520$

هەکە یاسایا بنچینەیا هەژمارتنێ هاتە بکارئینان دێ بینین کو ژمارا ریێکخستنان $\frac{7!}{(7-5)!} =$

ژمارا لێژنێن هەلبژارتی × ژمارا گوهۆڕینا هەر لێژنەکێ [دەستەکێ]

$2520 =$ ژمارا لێژنین هەلبژارتی $\times 120$

ژمارا لێژنێن دشیاندا بهێتە هەلبژارتن دبیتە $21 = \frac{2520}{120}$

چالاکی

بەراوردی ل ناڤبەرا ریێزبەندیان و گونجینان

یانەیەکێ یاریەك بۆ ئەندامێن خۆ ریێکخست ب ڤی شێوەی.

- یاریزان 3 رەنووسان ژ دەهـ رەنووسان (0 هەتا 9) هەلدبژێریت و لسەر تەختێ دنڤیسیت.
- یاریزان 3 گۆیان ژ توێرکەکێ نەروون دکێشت کو گۆیێن رەنووسکری ژ (0 هەتا 9) تێدا هەنە وئێك ل دووڤ ئێکێ.
- دا یاریزان ببەت، دڤێت ئەو وان رەنووسێن لسەر تەختێ هاتینە نڤیسین ب هەمان ریێکخستن رابکێشت.

خالەکا چاڤدێریێ ✓

1. هێوای رەنووسێن 8 – 4 – 1 هەلبژارتن ئێك ل دووڤ ئێکێ. ئەو ئەنجامە چنە، کو ئەوی بەرەڤ برنێ دبەن؟
2. رێکخەرێ یاریێ ریێسایێن یاریێ گۆهارتن، ومەرجێ برنا یاریزانی دڤێت ئەو هەرسێ رەنووسان رابکێشیت ب هەر ریێکستنەکێ بیت، هێوای یاریا خۆ دووبارەکر هەمان رەنووسێن بەرێ ب دەست خۆڤە ئانین. ئەو ئەنجامە چنە کو ئەوی بەرەڤ برنێ دبەن؟
3. کیژ ژ هەر دوو یاریان پتر دەرفەتا برنێ تێدا هەیە؟ یا ئێکێ یان یا دووێ؟ ئەڤێ روونبکە.

تو دکاری گۆهێ خۆ بدەیە دوو شەریتێن مۆزیکێ ئێك لدویف ئێکێ ژ ناڤ 5 شەریتان ب رێکێن جودا، ژماراوان دبیتە $4 \times 5 = 20$ رێك. هەکە تە بڤێت ژمارا رێکێن دشیاندا بهەژمێری بۆ کرینا دوو شەریتێن مۆزیکێ ژ 5 شەریتان، رێزبەندیێ روول نینە، رێزبەندیێ ل کرینا شەریتەکێ محمد عبدالوهاب و شەریتەکێ أ ئوم کەلثوم کارتێکرن نینە، چونکی لیستا ژمێریاریێ هەردوو شەریت پێکڤە تێدا هەنە. بۆ دیارکرنا ژمارا رێکێن کرینا دوو شەریتان ژ بنچینەیێ 5 . ژمارا رێزکرنێن دوو شەریتان ژ 5 دابەشبکە لسەر 2 ، چونکی هەر شەریتەك دوو جاران دهێتە هەژمارتن، ئەڤ ژمارە دبیتە $\frac{4 \times 5}{2} = 10$

گونجینێن r تشتان ژ بنچینەیێ n

ژمارا گونجینێن r تشتان ژ ناڤ n ، کو $r \le n$ ،دبیتە $C^n_r = \frac{n!}{r! \times (n-r)!}$

بەرێ خۆ بدێ کو ژمارا گۆنجینێن r تشتان ژ ناڤ n یەکسانە ب ئەنجامێ دابەشکرنا ژمارا ریزکرنا r تشتان ژ ناڤ n لسەر ژمارا گۆهۆڕینێن r تشتان: $C^n_r = \frac{P^n_r}{r!}$

نموونە 9

جێبەجێکردن

بازرگانی

دلشادی دڤێت 3 پەرداخان ژ ناڤ 5 پەرداخێن شەربەتێ هەلبژێریت: لەیموون، سێڤ، تری، مۆز، ئەنانەس. ژمارا هەموو هەلبژارتنین دشیاندە چەندە؟

شیکار

دلشاد دشێت پەرداخا ئێکێ ژ ناڤ 5 پەرداخان هەلبژێریت و پەرداخا دوویێ ژ ناڤ 4 پەرداخان، یا سیێ ژ ناڤ 3 پەرداخان هەلبژێریت لێ هەلبژارتنا شەربەتا مۆزێ و شەربەتا تری نەیا جیاوازە ژ هەلبژارتنا شەربەتا مۆزێ و شەربەتا تری و شەربەتا لەیموونێ. ئانکو ئەو رێزکرنا دلشاد بکاردئینیت بۆ هەلبژارتنا پەرداخان هیچ روولەك د پرسیارێدا نینە، ڤێجا هەلبژارتنێن لپێش دلشاد دبنە دابەشکرنا ژمارا رێزکرنێن 3 ژ 5 لسەر ژمارا گوهۆڕینێن 3 تشتان. ئانکو.

$$\frac{5!}{(5-3)!} \div 3! = \frac{5!}{3! \times 2!} = 10$$

هەوڵبدە

ژمارا هەلبژارتنان چەندە هەکە دلشادی بڤێت 4 پەرداخان هەلبژێرت؟

هزرکرنەکا رەخنەگر

کیژ وان پترە؟ ژمارا گوهۆڕینێن 3 ژ 5 یان ژمارا گۆنجینێن 3 ژ 5؟

ل هەردوو نموونێن چوویی بۆ مە دیاردبیت کو پەیوەندییەك هەیە ل ناڤبەرا ژمارا گوهۆڕینێن r تشتان ژ ناڤ n ، و ژمارا گونجینێن r تشتان ژ ناڤ n .

پەیوەندی ل ناڤبەرا گوهۆڕینان و گۆنجینان

ژمارا گوهۆڕینێن r تشتان ژ n = (ژمارا گونجینێن r تشتان ژ n) × ژمارا رێزبەندیێن r.

گەلەك جاران ل شیکارکرنا پرسیارەکێ پێدڤی ب شێوازێ گونجای هەیە: گوهۆڕین یان گونجین.

نموونە 10

شێوازێ گونجای هەلبژێرە، پاشی ژمارێ بینەدەر.

أ چەندێ هەنە بۆ هەلبژارتنا سەرۆك، و جێگر، وراگری ژ ناڤ 5 پالێوراوان.

ب چەند رێ هەنە بۆ پێکئینانا لیژنەکا 3 کەسی ژ 5 پالێوراوان؟

شیکار

أ شێواز ل ڤێدەرێ دبیتە شێوازێ رێزبەندیێ، چونکی کەسەك دڤێت بۆ سەرۆکاتیێ، وئێکی دی بۆ جێگریێ وێی سیێ بۆ راگریێ. ژمارا رێکخستنان دبیتە $\frac{5!}{(5-3)!}=5\times4\times3=60$

ب شێواز ل ڤێدەرێ دبیتە شێوازێ گونجینێ، چونکی داخوازی هەلبژارتنا کۆمەلەکا سێ کەسییە.

ژمارا رێکخستنان دبیتە: $C^5{}_3=\frac{5!}{3!\times(5-3)!}=\frac{5\times4\times3}{3\times2\times1}=10$

هەولبدە چەند رێ هەنە بۆ هەلبژارتنا لێژنەکا 2 کەسی ژ ناڤ 7 کەسان؟ چەند رێ هەنە بۆ هەلبژارتنا سەرۆك و جێگرێ ژ ناڤ ئەندامێن لێژنەکا 7 کەسی؟

بکارئینانا گونجینێ بۆ هەژمارتنا ئەگەران.

نموونە 11

لەیلایێ دوو گۆ ژ تویرکەکی راکێشان کو (5) گۆیێن سۆر و (3) گۆیێن شین تێدانە.

ئەگەر چەندە کو هەردوو گۆ دسۆر بن؟

شیکار

ئەڤ ئەگەرە یەکسانە ب رێژا ژمارا ئەنجامێن کو هەردوو گۆ دسۆربن لسەر ژمارا هەموو ئەنجامێن دشیاندا. ژمارا ئێکێ دبیتە گونجینا 2 ژ 5. و ژمارا دووێ دبیتە گۆنجینا 2 ژ 8 (8 ژمارا هەموو گۆیانە).

ژمارا ئێکێ $C^5{}_2=\frac{5\times4}{2\times1}=10$ ژمارا دووێ $C^8{}_2=\frac{8\times7}{2\times1}=28$

ڤێجا، ئەگەرا کو ئەو هەردوو گۆیە دسۆربن دبیتە $\frac{10}{28}\approx0.3\,571=35.71\%$

هەولبدە ئەگەر چەندە کو ئەو هەر دوو گۆیە ژ دوو رەنگێن جیاوازبن [جودابن].

ڕاهێنان

بەردەوامبوون د بیرکارییێدا

1 روونبکە چەوا یاسایا بنچینە یا هەژمارتنێ یا هاریکارە بۆ دیارکرنا ژمارا گوهۆڕینێن چار تشتان.

2 روونبکە چەوا یاسایا بنچینەی یا هەژمارتنێ یا هاریکارە بۆ دیارکرنا ژمارا ڕێزبەندیا چار تشتان ژ بنچینەیێ 5 تشتان.

3 جیاوازیا ل ناڤبەرا ڕێزبەندیان و گوهۆڕینان روونبکە، نموونەیەکێ بۆ پشتراستکرنا روونکرنا خۆ بینە.

ڕاهێنانێن ئاراستەکری

4 تو دکاری چەند ژماران بنڤیسی بکارئینانا شەش ڕەنووسان، ژبلی 0، ، بێی دووبارەکرن؟

5 ژمارا هەلبژارتنان چەندە بۆ دیتنا 3 شەریتێن ڤیدیۆیێ ئێك ل دووڤ ئێکی ژ بنچینەیێ 7 ؟

6 ژمارا هەلبژارتنان چەندە بۆ روینشتنا 12 کەسان لدۆر مێزەکا بازنەیی بۆ خوارنا شیڤێ؟

7 ژمارا ڕێیان چەندە بۆ هەلبژارتنا سەرۆك و جێگر و راگری ژ ئەندامێن لیژنەکا 6 کەسی؟

8 ژمارا رێکان چەندە بۆ کڕینا 3 پەرتووکان و 4 شەریتێن مۆزیکێ (سیدی) ژ پەرتووکخانەکێ کو 9 پەرتووك و 7 شەریتێن مۆزیکی تێدا هەنە؟

9 ل ڕاپرسینەکێ لسەر رێکخستنا هاتوچوویێ ل جادەکا بازێری، 10 کەس هاتنە هەلبژارتن کو جادە ل هەردوو لایان یا ڤەکریبیت، و 8 کەس هاتنە هەلبژارتن کو جادە ل لایەکی یا ڤەکریبیت. پشتی ڕاپرسینێ دوو کەس هاتنە هەلبژارتن ژ وان کەسێن دەنگ داین. ئەگەر چەندە کو ئەو هەردوو کەس دگەل ڤەکرنا هەردوو لایێن جادێ بن؟

بهەژمێرە

10 $7!-5!$ **11** $6!-4!$ **12** $(7-5)!$ **13** $(6-4)!$

14 $\frac{8!}{5!\times 3!}$ **15** P_4^{10} **16** P_5^{10} **17** P_2^{7}

18 C_4^{7} **19** C_4^{8} **20** C_7^{10} **21** C_5^{9}

ڕاهێنان و بجهئینان

سارایێ 8 پلێتێن ڕەنووسکری هەنە ژ 1 هەتا 8 . ل هەر پرسیارەکێ سارا دشێت چەند ژماران بنڤیسیت بکارئینانا وان پلێتان.

22 ژ 5 ڕەنووسان   **23** ژ 3 ڕەنووسان   **24** ژ 4 ڕەنووسان

25 ژ 6 ڕەنووسان   **26** ژ ئێك ڕەنووسی   **27** ژ 8 ڕەنووسان

ژمارا وان لیژنێن دشیاندا بهێنه هەژمارتن چەندە؟

28 3 ئەندام ژ بنچینەیێ 5 پالێوراوان

29 7 ئەندام ژ بنچینەیێ 8 پالێوراوان

30 8 ئەندام ژ بنچینەیێ 12 پالێوراوان

31 6 ئەندام ژ بنچینەیێ 10 پالێوراوان

کارگێریا داموو دەزگەهان: **کۆمپانیەکێ پێشوازیا 8 فەرمانبەرێن نوو کر. ژمارا هەلبژارتنان بۆ دابەشکرنا وان لسەر پۆستێن ڤالا ل هەر بارەکی (حالەتەکی) چەندە؟**

32 8 پۆست

33 9 پۆست

34 10 پۆست

35 15 پۆست

تویرکەکی تاری 5 گۆیێن سپی و 3 گۆیێن کەسک تێدا هەنە. ئەگەر چەندە کو ئەڤە پێکڤە بهێنە راکێشان.

36 دوو گۆیێن رەنگ جیاواز

37 3 گۆ، دوو ژ وان سپی و یاسێ یا کەسک بیت.

38 4 گۆ، دوو ژوان سپی و دوو دکەسک بن.

39 6 گۆ، 3 ژوان دکەسک بن.

40 خودانێ فرۆشگەهەکا بەرچاڤکان دڤێت 7 بەرچاڤکێن جیاواز لسەر بنکەکا بازنەی رێزبکەت، ئەرێ چەند هەلبژارتن هەنە بۆ رێزکرنا وان؟

41 کۆمپانیەکێ دڤێت هەر فەرمانبەرەکی خۆ ب ژمارەکێ دەستنیشانبکەت کو ژ 4 رەنووسان پێکهاتبیت؟ ژمارا رێکێن دشیاندا چەندە. هەکە بشێت دەه رەنووسان بکاربینت ژ 0 هەتا 9 و دووبارەبوون هەبیت؟ وژمارا وان چەندە هەکە دووبارەبوون نەبیت؟

42 مستەفای دڤێت دۆلابەکا میلدار دروستبکەت ژمارە ژ 1 هەتا 3 لسەر بن، مستەفای دۆلاب کرە ۳ بەشێن یەکسان. ب چەند رێیان ئەو دشێت هەرسێ رەنووسان بنڤیست:

شێوازێ دیاربکە بۆ هەر بارەکی ژ پرسیارا 43-46 .

43 هەلبژارتنا 4 پەرتووکان بۆ بەلاڤکرنێ ژ بنچینەیێ 302 پەرتووکان.

44 هەلبژارتنا 9 یاریزانان ژ بنچینەیێ 15 یارێزانان بۆ دروستکرنا تیپا تەپا سەبەتێ.

45 هەلبژارتنا چار پالێوراوان ژ بنجینەیێ 200 بۆ وەرگرتنا خەلاتان ژ 100 هزار دیناران و 200 هزار دیناران و 500 هزار دیناران و مەلیۆنەکا دیناران.

46 هەلبژارتنا سەرۆك و جێگری بۆ سەندیکایەکا 100 ئەندامی.

لێنێرینەك بۆ پاش

47 سندوقەكێ 20 پەرتووك تێدا هەنە 14 ژوان لسەر بابەتێ ئابوورێنە و 6 ژوان لسەر بابەتێ جوگرافییێنە. دوو پەرتووك ب شێوەیەكێ هەڕەمەكی راكێشان.

ژمارا دانەیێن بۆشایێ نموونێ چەندە؟

ئەگەرا هەردوو پەرتووك ل سەر بابەتێ ئابووریێ بن چەندە؟

ئەگەرا ئێك ژوان لسەر بابەتێ ئابووریێ بیت ویا دی لسەر جۆگرافییێ بیت چەندە؟

ئەگەرا كو هەردوو پەرتووك ژ هەمان بابەت بن چەندە (ئەگەرا تەواو كەرل بیرا تەبیت)؟

لێنێرینەك بۆ پێش

48 كاروان ل دەستپێكا سالا خوادنێ و هەتا دوماهێكێ 10 ئەزموونێن بیركاریێ كرن، ونمرێن وی ئێك ل دووڤ ئێكێ ئەڤەبوون: 35 ، 52 ، 66 ، 52 ، 48 ، 70 ، 52 ، 48 ، 58 ، 60.
ناڤەند و ناڤەڕاست و باو بۆ ڤان نمران بینەدەر.

پیڤەرێن ئامارەی

Statistical measurements

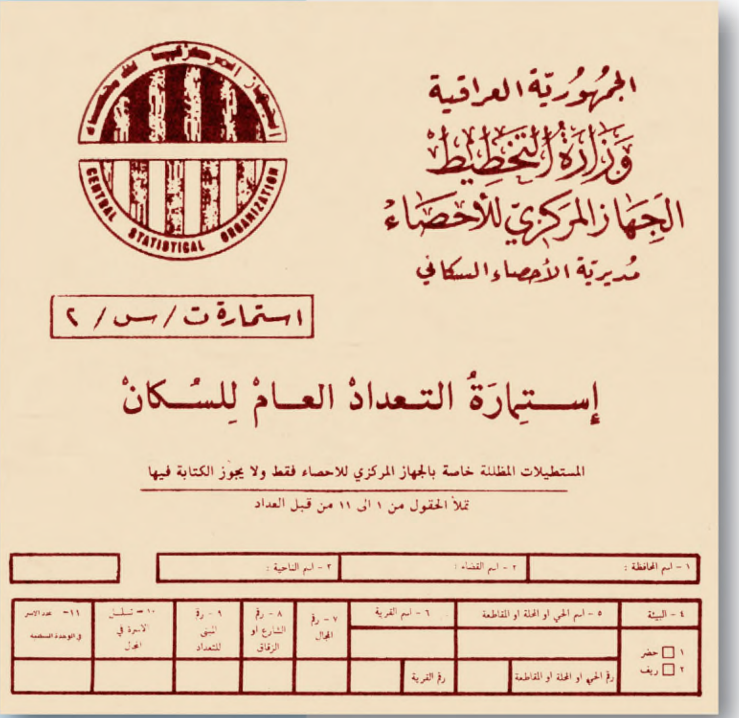
بەشێ

4

وەزارەتێن پلاندانانێ ل وەلاتێن جیهانێ رادبن ب ئەنجامدانا سەر ژمێریا دەوری بۆ ئاکنجیان. ل ڤێ کرداریێ فۆرمێن تایبەت پردکەن کو زانیاریان دەربارەی هەموو لایەنێن ژیانا رۆژانەیا ئاکنجیان بخۆڤە دگرن. ئەو پێداییێن دهێنە کۆمکرن دکەڤنە ژێر زنجیرەکا چارەسەریان وتێدا ژمارەکا پیڤەرێن ئامارەی دهێنە هەژمارتن بۆ مەرەما پلاندانا نێ و خۆ ئامادەکرنێ بۆ بدەستکەفتنا پێدڤیێن کەشەکرنا کۆمەلایەتی و ئابووری. ئەم دکارین پیڤەرێن ئامارەی ب شێوەیەکی گشتی دابەشبکەین بۆ دوو جۆران:

١– پیڤەرێن رووکرنا چەقی (ئەو هاریکاریێ دکەن بۆ پۆختەکرنا پێداییان پێ هندەك بهایان کو دێ ئاماژێ پێدەین)

٢– پیڤەرێن پرتبوونێ (ئەو دەربرینێ دکەن ژ رادێ دوورکەفتنا پێداییان ژ بهایەکی رووکرنا چەقی دبێژنێ ناڤەند)



الجمهورية العراقية
وزارة التخطيط
الجهاز المركزي للاحصاء
مديرية الاحصاء السكاني

استمارة ت / س / ٢

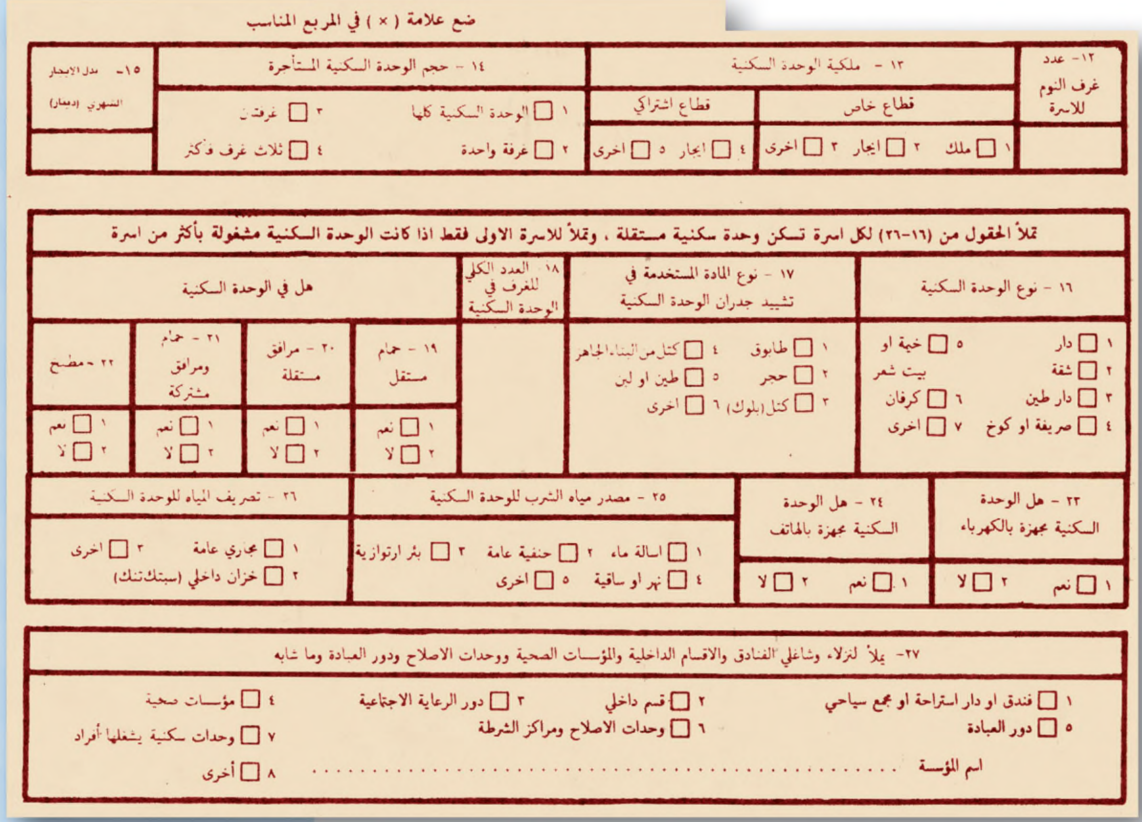
إستمارة التعداد العام للسكان

المستطيلات المظللة خاصة بالجهاز المركزي للاحصاء فقط ولا يجوز الكتابة فيها
تملأ الحقول من ١ الى ١١ من قبل العداد

١ - اسم المحافظة | ٢ - اسم القضاء | ٣ - اسم الناحية

٤ - البيئة: ١ حضر، ٢ ريف | ٥ - اسم الحي او المحلة او المقاطعة | ٦ - اسم القرية | ٧ - رقم المحل | ٨ - رقم الشارع او الزقاق | ٩ - رقم المبنى للتعداد | ١٠ - تسلسل الاسرة في المحل | ١١ - عدد الاسر في الوحدة السكنية

رقم الحي او المحلة او المقاطعة | رقم القرية



ضع علامة (×) في المربع المناسب

١٢ - عدد غرف النوم للاسرة

١٣ - ملكية الوحدة السكنية: قطاع خاص: ١ ملك، ٢ ايجار، ٣ اخرى؛ قطاع اشتراكي: ٤ ايجار، ٥ اخرى

١٤ - حجم الوحدة السكنية المتأجرة: ١ الوحدة السكنية كلها، ٢ غرفة واحدة، ٣ غرفتان، ٤ ثلاث غرف فأكثر

١٥ - بدل الايجار الشهري (دينار)

تملأ الحقول من (١٦-٢٦) لكل اسرة تسكن وحدة سكنية مستقلة، وتملأ للاسرة الاولى فقط اذا كانت الوحدة السكنية مشغولة بأكثر من اسرة

١٦ - نوع الوحدة السكنية: ١ دار، ٢ شقة، ٣ دار طين، ٤ صريفة او كوخ، ٥ خيمة او بيت شعر، ٦ كرفان، ٧ اخرى

١٧ - نوع المادة المستخدمة في تشييد جدران الوحدة السكنية: ١ طابوق، ٢ حجر، ٣ كتل (بلوك)، ٤ كتل من البناء الجاهز، ٥ طين او لبن، ٦ اخرى

١٨ - العدد الكلي للغرف في الوحدة السكنية

هل في الوحدة السكنية: ١٩ - حمام مستقل، ٢٠ - مرافق مستقلة، ٢١ - حمام ومرافق مشتركة، ٢٢ - مطبخ (١ نعم، ٢ لا)

٢٣ - هل الوحدة السكنية مجهزة بالكهرباء: ١ نعم، ٢ لا

٢٤ - هل الوحدة السكنية مجهزة بالماء: ١ نعم، ٢ لا

٢٥ - مصدر مياه الشرب للوحدة السكنية: ١ الاسالة، ٢ حنفية عامة، ٣ بئر ارتوازية، ٤ نهر او ساقية، ٥ اخرى

٢٦ - تصريف المياه للوحدة السكنية: ١ مجاري عامة، ٢ خزان داخلي (سبتك تنك)، ٣ اخرى

٢٧ - يملأ لنزلاء وشاغلي الفنادق والاقسام الداخلية والمؤسسات الصحية ووحدات الاصلاح ودور العبادة وما شابه: ١ فندق او دار استراحة او مجمع سياحي، ٢ قسم داخلي، ٣ دور الرعاية الاجتماعية، ٤ مؤسسات صحية، ٥ دور العبادة، ٦ وحدات الاصلاح ومراكز الشرطة، ٧ وحدات سكنية يشغلها أفراد، ٨ أخرى

اسم المؤسسة ....

وانە

1. پیڤەرێن رووکرنا چەقی.
2. پیڤەرێن پرتبوونێ.

وانە 1

پیڤەرێن رووکرنا چەقی

Measures of central tendency

بۆچی

یا دشیاندایە پیڤەرێن رووکرنا چەقی بۆ رووکرنا چەندین بارێ ژیانا رۆژانە بکاربینن وەك ژمارا خوێلەکێن ویستگەهێن تەلەفزیۆنی تەرخاندکەن بۆ ریکلامی.

ئارمانج

- جوداکرنا پیڤەرێن رووکرنا چەقی.
- هەژمارتنا ناڤەند و ناڤەندێ گرانگری [قورسکری] بۆ پێداییان و پێداییێن خرڤەکری (کۆمکری).
- هەژمارتنا ناڤەراستی بۆ کۆمەڵەکا پێداییان.
- هەژمارتنا باو بۆ پێداییان و پێداییێن خرڤەکری (کۆمکری).

ئامارزان ژمارەکا پیڤەرێن رووکرنا چەقی بکاردئینن، ل ڤێ وانێ دێ فێری ناڤەند و ناڤەراست و باو بین بۆ کۆمەڵەکا پێداییان ودێ فێربین کو چەوا ئەوان بهەژمێرین.

ناڤەند

چێدبیت ناڤەند [هندەك جاران دبێژنێ تێکرایێ هەژمارتنێ] بەر بەلاڤترین پیڤەرێن رووکرنا چەقی بیت و زێدەترین بکارئینان هەبیت ل ژیانا رۆژانە. بۆ نموونە مامۆستا ناڤەندێ وان نمران دهەژمێریت کو قوتابیێن وی ل هەر ئەزموونەکێ وەردگرن، ئەڤ بهایە دهێتە دانان وەك پیڤەرەك بۆ رادێ تێگەهشتنا قوتابیان و وەرگرتنا زانیاریان و شارەزاییان.

نموونە 1

دلشادی 5 کراس ژ دوکانێن جودا وبهایێن جۆدا کرین. کراسێ ئێکێ ب 7.5 هزار دیناران وێ دووێ ب 8 هزار دیناران وێ سێ ب 7 هزار دیناران وێ چارێ ب 9 هزار دیناران وێ پێنچێ ب 8.5 هزار دیناران کری. ئەرێ ناڤەندێ بهایێ کراسان چەندە؟

شیکار

ناڤەندێ بهایێ کراسان دبیتە 8 هزار دینار. $\frac{7.5+8+7+9+8.5}{5} = \frac{40}{8} = 8$

ناڤەند

ناڤەندێ کۆمەڵەکا بهایان $\{x_1, x_2, ..., x_n\}$ دبیتە $\bar{x}$ هەکە ل جهێ هەموو بهایێن کۆمەڵێ بهێتە دانان سەرجەمێ بهایێن کۆمەڵێ ناهێتە گوهۆرین. ناڤەندێ کۆمەڵەکێ دهێتە هەژمارتن ب رێیا کۆمکرنا هەموو بهایان ودابەشکرنا وێ سەرجەمی لسەر ژمارا بهایان .

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + ... + x_n}{n}$$

نموونە 2

نمرێن شرینێ ل هندەك بابەتێن خواندنێ ب ڤی شێوەی بوون.

زمانێ کوردی	زمانێ عەرەبی	زمانێ ئینگلیزی	بیرکاری	مێژوو	زانست
80	72	76	81	65	64

ئەرێ ناڤەندێ نمرەیان چەندە؟

شیکار

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + ... + x_n}{n} = \frac{80+72+76+81+65+64}{6} = \frac{438}{6} = 73$$

هەوڵبدە

ناڤەندێ پلەیێن گەرماتیێ ل حەفتیا بووری چەندبوو؟ هەکە پلەیێن گەرماتیا رۆژان ب ڤی شێوەی بوون. -1,1,0,-2,4,5,7

نموونە 3

ژمارا رۆژێن بهێنڤەدانا کارگەهان ل سالابووری ب ڤ شێوەی بوو:

هەیڤ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
ژمارا رۆژان	6	4	3	4	2	5	3	4	5	2	3	4

ئەرێ ناڤەندێ ژمارا رۆژێن بهێنڤەدانێ ل هەر مەهەکێ چەند بوو؟

شیکار

$$\frac{6 + 4 + 3 + 4 + 2 + 5 + 3 + 4 + 5 + 2 + 3 + 4}{12} = \frac{45}{12} = 3.75$$

ناڤەندێ ژمارا رۆژێن بهێنڤەدانێ ل هەر مەهەکێ دبیتە 3.75 رۆژ.

هەوڵبدە

سەردار ب ترۆمبێلا خۆ ژ بازێرەکی چوو بۆ بازێرەکی دی و ل ماوەی هەر دەمژمێرەکی ژ گەشتیا خۆ لەزا ترۆمبێلا خۆ نەگۆڕ هێلا، ولەزێن ترومبێلا وی ب ڤی شێوەی بوون.

دەمژمێر	ئێکێ	دووێ	سێیێ	چارێ	پێنجێ
لەز (خێرای)	80	100	106	93	121

پشتی حەفتیەکێ سەردار ڤەگەریا بازێرێ ئێکێ و هەموو دووراتی ب لەزەکا نەگۆڕ بری. ماوەێ گەشتیا چوونێ هندی ماوێ گەشتیا هاتنێ بوو. ئەرێ لەزا ڤەگەریانا وی چەند بوون؟

ناڤەندیٚ گرانکری [قورسکری]

هەکە $\{x_1, x_2, ..., x_n\}$ هندەك پێدایێن دووبارەبوویێن بن، و هەکە m_1 دووبارەبوونا x_1 بیت و m_2 دووبارەبوونا x_2 بیت و m_n دووبارەبوونا x_n بیت، دیٚ ناڤەندیٚ گرانکری بۆ پێدایێن $\{x_1, x_2, ..., x_n\}$ بیتە

$$\overline{X}=\frac{m_1x_1+m_2x_2+...+m_nx_n}{m_1+m_2+...+m_n}$$

ناڤەندیٚ گرانکری

روونکرن

هەکە ژیێن قوتابیێن پۆلا دەهیٚ ب ڤی شێوەی بن.

16, 15, 15, 14, 17, 15, 17, 14, 16, 14, 15, 17, 16, 15, 16, 14, 17, 15, 16, 15

ئەم دشێین ناڤەندیٚ ژیێن قوتابیێن ڤیٚ پۆلی وەکی پیشتر ئەم فێربووینیٚ بهەژمێرین.

$$\overline{x}=\frac{15+16+15+17+14+16+15+16+17+15+14+16+14+17+15+17+14+15+15+16}{20}$$

$$=\frac{309}{20}=15.45$$

ناڤەندیٚ ژیٚ قوتابی ل ڤیٚ پۆلیٚ دبیتە15.45 سال.

هەکە ئەم بەریٚ خۆ ب هووری و باش بدەینە ڤان پێداییان دیٚ بینین هەر ئێك ژ جارەکیٚ پتر یا هاتیە دووبارەکرن. ژیٚ 14 سال 4 جاران هاتیە دووبارەکرن. خشتیٚ ل خواریٚ بهایێن کۆمەلا پێداییان و هەر ئێك چەند جاران دووبارەبوویە دیاردکەت.

ژیٚ	14	15	16	17
دووبارەبوون	4	7	5	4

دبێژنە ڤی خشتەی خشتیٚ دووبارەبوونیٚ بۆ کۆمەلا پێداییان

هەکە$14+14+14+14$ ب شێویٚ 14×4 بهێتە دانان بۆ هەژمارتنا ناڤەندی ئەنجام ناهێتە گوهۆرین. و ئەم دشێین ب ڤی شێوەی بنڤیسین.

$\overline{x}=\frac{(4\times14)+(7\times15)+(5\times16)+(4\times17)}{4+7+5+4}=\frac{309}{20}=15.45$ دیٚ بێژین مە ناڤەندیٚ گرانکری بۆ ژیێن 14، 15، 16، 17 هەژمارت ب گرانکرنا وان ئێك ل دووڤ ئێکی ب 4، 7، 5، 4.

نموونە 4

لێژنەکا هەلسەنگاندنیٚ ل فیستەڤالەکا سینەماییٚ 30 فلم هەلسەنگاندن، وژمارەکا ستێران بۆ هەر فلمەکیٚ ژ وان هاتە دانان. خشتیٚ ل خواریٚ ئەنجامیٚ هەلسەنگاندنیٚ دیاردکەت.

هەلسەنگاندنا فلمان					
هەلسەنگاندن	****	***	**	*	بیٚ ستێر
ژمارا فلمان	8	12	7	2	1

ئەریٚ ناڤەندیٚ هەلسەنگاندنا هەر فلمەکی چەندە؟

شیکار

$$\overline{x}=\frac{(8\times4)+(12\times3)+(7\times2)+(2\times1)+(1\times0)}{8+12+7+2+1}=\frac{84}{30}=2.8$$

هەلسەنگاندنا هەر فلمەکی2.8 ستێربوون.

هەولبدە درێژیێن قوتابییێن پۆلا دەهێ دبنە:
178، 160، 153، 160، 187، 182، 153، 160، 156، 160 ناڤەندێ درێژیێن قوتابییێن پۆلا دەهێ چەندە؟

بەرهنگاری

نمرێن نەسرینێ ل هەر ئێك ل وەرزێ ئێكێ و دووێ وەرگرتین ب ڤی شێوەی بوون:
وەرزێ ئێكێ: 65، 80، 70، 50، 50، 70، 50، 70، 80، 70، 80.
وەرزێ دووێ: 67، 86، 72، 60، 60، 86، 72، 80، 60، 74، 86.
خشتێ دووبارەبوونێ بۆ نمرێن نەسرینێ ل وەرزێ ئێكێ چێكە و بكاربینە بۆ هەژمارتنا ناڤەندێ نمران ل ڤی وەرزی، پاشی خشتەكێ دووبارەبوونێ بۆ نمرێن نەسرینێ ل وەرزێ دووێ چێكە و بكاربینە بۆ هەژمارتنا ناڤەندێ نمران ل وی وەرزی. چەوا ناڤەندێ نمرێن نەسرینێ بۆ هەموو سالا خواندنێ دێ ئێتە هەژمارتن؟ ڤی ناڤەندی بهەژمێرە؟

ناڤەندێ گرانكری بۆ پێدایێن خرڤەكرین [كۆمكرین]

143 ماموستا پشكداربوون ل خولەكا پەروەردەی ل دهوك، وەزارەتا پەروەردێ داخواز ژ رێڤەبەرێ خولێ كر تویژینەكا ئامارەیی ئامادەبكەت دەربارەی ژیێ بەشداربوویین خولێ.

1. نڤیسینا ناڤێن ماموستایان وژیێن وان و هەڤپێچكرنا وێ دگەل راپۆتەكا ب ژیێ بچووكترین ماموستا و مەزنترین ماموستا و ناڤەندێ ژیێن وان، لێ خواندنا ڤێ راپۆرتێ نەیاساناهیە و بیروكێ دەربارەی دابەشبوونا ماموستایان ل دووڤ ژیێن وان پێشكێش ناكەت.

2. چێكرنا خشتەكێ دووبارەبوونێ ب ژیێن ماموستایان و هەڤپێچكرنا وێ دگەل راپۆرتەكێ ب ژیێ بچووكترین ماموستا و مەزنترین ماموستا وناڤەندێ ژیێن وان، لێ ستوونێن خشتێ دێ بنە گەلەك(39 ستوون بناڤێ 20، 21، ...، 57، 58).

3. كۆمكرنا ژیێن وان دچەند چەشناندا و مەودایێ هەر ئێكێ 5 سال بیت و دروستكرنا خشتەیەكی ب ڤان چەشنان و ژمارا ماموستایان ل هەر چەشنەكێ.

رێڤەبەری رێیا سێێ هەلبژارت و ئەڤ خشتە هنارتە وەزارەتێ:-

چەشن	[20, 25[	[25, 30[	[30, 35[	[35, 40[	[40, 45[	[45, 50[	[50, 55[	[55, 60[
ژمارە	12	23	25	36	24	12	9	2

ئەڤ زانیاریە هەڤپێچ بوون:

بچووکترین ژی: 20 سال **مەزنترین** ژی: 58 سال **ناڤەندی** ژی: 36.66 سال

ئەرێ رێڤەبەری چەوا ناڤەندێ ژیيان هەژمارت؟

هەژمارتنا ناڤەندی هەکە پيدايی دچەند چەشناندا هاتبنە کۆمکرن دێ بڤی شێوەی بیت:

1. دیارکرنا چەقێ هەر چەشنەکێ کو دبیتە ناڤەندێ هەردوو لایان.

2. لێکدانا چەقێ هەر چەشنەکێ دگەل ژمارا دانێن چەشنێ.

3. کۆمکرنا ئەنجامێن هەموو لێکدانان ل لایەکی و ژمارا دانەیێن هەموو چەشنان ل لایەکێ دی.

4. دابەشکرنا سەرجەمێ ئێکێ لسەر سەرجەمێ دووێ

خشتێ ل خوارێ پۆختێ ڤان پێنگاڤان دیاردکەت.

چەشن	دووبارەبوون [ژمارا دانان]	چەقێ چەشنێ	دووبارەبوون × چەقێ چەشنێ
[20, 25[	12	22.5	270
[25, 30[	23	27.5	632.5
[30, 35[	25	32.5	812.5
[35, 40[	36	37.5	1350
[40, 45[	24	42.5	1020
[45, 50[	12	47.5	570
[50, 55[	9	52.5	472.5
[55, 60[	2	57.5	115
سەرجەم	143		5242.5

ئاگەهداری !

چەشنا [20, 25[رامان ئەوە ئەو ژیێن نە بچووکتر ژ 20 و بچووکتر ژ 25

تێبینی چێدبیت (0,10] بکاربینین ل جهێ [0,10[و هەروەسا.........

بەرهنگاری رامانا 0.66 سال چییە؟

نموونە 5

ماموستایەکێ بیرکاریێ ل زانکۆیا سەلاحەدین ئەنجامێن ئەزموونەکا قوتابیان دڤی خشتەیدا پۆختەکرن:

چەشن	[0, 10[	[10, 20[	[20, 30[	[30, 40[	[40, 50[	[50, 60[	[60, 70[	[70, 80[	[80, 90[	[90, 100]
دووبارە	2	3	4	5	7	11	11	12	4	1

ئەرێ ناڤەندێ نمرەیان چەندە؟

شیکار

چەشن	دووبارەبوون [ژمارا دانان]	چەقێ چەشنێ	دوبارەبوون × چەقێ چەشنێ
[0, 10[	2	5	10
[10, 20[	3	15	45
[20, 30[	4	25	100
[30, 40[	5	35	175
[40, 50[	7	45	315
[50, 60[	11	55	605
[60, 70[	11	65	715
[70, 80[	12	75	900
[80, 90[	4	85	34
[90,100]	1	95	95
سەرجەم	60		3300

ناڤەندێ نمرەیێن قوتابیان: $\bar{x} = \frac{3300}{60} = 55$

هەوڵبدە ناڤەندێ پێدایێن ڤی خشتەی بینەدەر:

چەشن	[0, 10[	[10, 20[	[20, 30[	[30, 40[	[40, 50[	[50, 60[	[60, 70[
دووبارە	2	3	4	5	7	11	11

ناڤەراست

نموونـــــە 6

ل نمایشا تیپێن وەرزشێ راهێنەرێ تیپا بلندکرنا قورسی ڤیا کۆترەکێ لبەر شانوگەریا سلاڤێ هەلبدەت، ئەندامێن تیپی ل دووڤ درێژیا بەژنا وان هاتبوونە رێکخستن، راهێنەری بریاردا کو یاریزانێ ناڤەراست کۆترکێ هەلبدەت. **ل دووڤ پێدایێن ڤی خشتەی کی دێ کۆترکێ هەلدەت؟**

ناڤ	رزگار	تۆما	مەحمود	دارا	سروە	عبداللە	شێرزاد
درێژی (cm)	154	177	165	149	180	172	159

شیکار

دڤێت ئەم خشتەی ب شێوەیەکی رێکبێخین کو هاوتابیت دگەل رێکخستنا یاریزانان ل نمایشێ، یاریزان ل دووڤ درێژیا بەژنا وان هاتبوونە رێکخستن ژ درێژترین بۆ کورتترین.

ناڤ	سروە	تۆما	عبداللە	مەحمود	شێرزاد	رزگار	دارا
درێژی (cm)	180	177	172	165	159	154	149

مەحموود دکەڤتە ناڤەراستێ چونکی ژمارا ئەندامێن تیپێ ئەوێن کو د دکەڤنە پێشیاوی یەکسانە دگەل ژمارا وان ئەندامێن دکەڤنە دوماهیا وی، ڤێجا مەحموود کۆترکێ دێ هەلدەت.

ل نموونەیا بووری دبێژین مەحمورد **ناڤەراستێ** تیپییە.
ب شێوەیەکێ گشتی ناڤەراستێ کۆمەڵکا بهایان ئەو بهایە کو پشتی ڕێکخستنا بهایان، کۆمەلێ دکەتە دوو بەشێن یەکسان ل ژ ژمارا دانەیان. هەکە ژمارا دانەیان کت بیت دێ ناڤەراست بیتە ئەو بهایێ دکەفتە ناڤەراستێ وهەکە ژمارا دانەیان جووت بیت ناڤەراست دێ بیتە ناڤەندێ هەردوو بهایێن دکەڤنە ناڤەراستێ.

نموونە 7

نمرێن قوتابێن پۆلا دەهێ ل ئەزموونا بیرکاریێ ب ڤی شێوەی بوون:
77, 85, 35, 69, 82, 49, 66, 74, 57, 32, 65 . ناڤەراستێ ڤان نمرەیان چەندە؟

شیکار

دێ دەست ب ڕێکخستنا نمران کەین ژ بچووکترین بۆ مەزنترین دێ ڕێزکەین چونکی ژمارا بهایان کتە ڤێجا ناڤەراست ئەو بهایەیە کو دکەفتە ناڤەراستێ و دبیتە 66

بەرهەنگاری

ئازادی ناڤەراستێ ڤان بهایان هەژمارت 37، 21، 59، 43، 60 و 59 و گۆت ناڤەراست دبیتە 59 ، ئەرێ ئەنجامێ ئازادی یێ دروست بوو یان یێ شاش بوو؟ ئەگەرێ شاش بوو روونبکە.

باو (مۆد)

پێلاڤ فرۆشەکی فرۆتنێن خۆ ل مەها بووری دخشتەیدا نڤیسین ل دووڤ پیڤانان، کو پیڤانا 41 پتر هاتبوونە فرۆتن دبێژنە وێ باو بۆ کۆمەلا پێداییان دەربارەی وان پێلاڤێن بازرگانی ل مەها بووری فرۆتین.

پیڤان	36	37	38	39	40	41	42	43	44
ژمارە	1	3	5	26	41	45	44	12	8

باو بۆ کۆمەڵکا پێداییان ئەو پێداییە کو پتر ژ پێداییێن دی دووبارە دبیت. چێدبیت کۆمەڵکا پێداییان باونەبیت و چێدبیت ژ باوەکی پتر هەبیت.

نموونە 8

دارا راپرسینەک ژ قوتابیێن پۆلێ کر دەربارەی رەنگێن پەسەندکری وئەنجام ل خشتێ ل خوارێ رێکخست. **ئەرێ باو بۆ ڤێ کۆمەلا پێداییان چییە؟**

رەنگ	سۆر	زەرد	شین	کەسک	قەهوایی	رەش	سپی
ژمارە	8	3	10	8	10	6	1

شیکار

دبینین هەردوو رەنگ شین و قەهوایی زێدەتر هاتینە پەسەندکرن لنک قوتابیێن پۆلێ ئانکو دوو باو هەنە بۆ کۆمەلا پێداییان ئەو رەنگێ شین و رەنگێ قەهواییە.

نموونە 9

پلەيێن گەرماتيێ ل حەفتيا ئێكێ ل مەها شوواتێ ل هەولێرێ ب ڤی شێوەی بوون 6, 4, -2, 2, 0, -1, 3

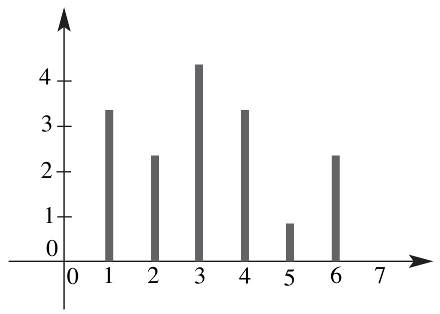
باو بۆ ڤان بهايان چييه؟

شيكار

باو نينە چونكی دووبارەبوونا پێداييان يا يەكسانە.

بەرهنگاری

باو چييه بۆ كۆمەلا پێداييێن هاتينە نواندن ب ڤان ستوونێن رِوونكرنێ.



باو بۆ پێداييێن خرڤەكرين

هەكە ئەم ڤەگرێينە وێ خشتێ يارێڤەبەرێ خولا ماموستايان ل دهوكێ هنارتی

چەشنێ ژيێ	[20, 25[	[25, 30[	[30, 35[	[35, 40[	[40, 45[	[45, 50[	[50, 55[	[55, 60[
ژمارا ماموستايان	12	23	25	36	24	12	9	2

ئەم دشێين بەحسێ چەشنا باو بكەين كو ب سادەتين شێوە ئەو چەشنەيا كو مەزنترين دووبارەبوون هەيە، چەشنا باو بۆ ژيێن پشكداران دبيتە [35, 40[.

نموونە 10

چەشنا باو بۆ ڤان پێداييێن خڕڤەكرين چييه؟

چەشن	[8, 15[	[15, 22[	[22, 29[	[29, 36[	[36, 43[
ژمارە	2	8	4	5	1

شيكار

چەشنا باو دبيتە [15,22[چونكی مەزنترين دووبارەبوون هەيە.

راهێنان

بەردەوامبوون د بيركارييێدا

1 دياركرنا كيژ پيڤەرێ ساناهيترە: ناڤەند، ناڤەراست يان باو؟ دياركرنا كێژ وان ب زەحمەتترە؟ رِوونبكە.

2 هەكە مەزنترين وبچووكترين بها ژ كۆمەلەكا بهايان هاتنە لادان، ئەرێ ناڤەراست دێ ئێتە گوهۆڕين؟ ئەرێ ناڤەند دێ ئێتە گوهۆڕين؟ رِوونبكە.

3 كيژ ژ هەرسێ پيڤەران، ناڤەند، ناڤەراست، باو باشتر وان نمرێن قوتابين پۆلا دەهێ وەرگرتين دنوێنيت: 85، 83، 80، 88، 21، 79، 12، 90 رِوونبكە.

ڕاهێنانێن ئاراستەکری

ناڤەند و ناڤەراست و باو بۆ هەر کۆمەڵەکا پێدایبان بینەدەر.

4 {55 ، 90، 83، 70، 65، 77، 50}

5 {8،7، 6، 6، 6، 4، 4، 2}

6 {26، 22، 18، 14، 10}

7 ژمارا دەمژمێرێن کارکرنا دەھ کرێکاران ل کارگەهەکێ ب ڤی شێوەی بوون: 36، 40، 34، 38، 33، 0، 40، 32، 35، 37.

أ ناڤەند وناڤەراست و باو بۆ ڤان پێدایبان بینەدەر.

ب کیژ ڤان هەرسێ پیڤەران ب باشترین شێوەی ژمارا دەمژمێرێن کارکرنا نموونەی دنوێنیت؟ ڕوونبکە.

8 ناڤەندی گرانگری [قورسکری] بۆ کرێیا ڕۆژانە بهەژمێرە کو ب ڤی خشتەی هاتیە نواندن.

کرێ ب هزار دیناران	5	6	7	8	9	10
ژمارا کرێکاران	4	6	10	8	5	7

9 ناڤەراست و چەشنا باو بۆ ڤان پێدایبێن خڕڤەکرین دیاربکە.

چەشن	[30, 35[	[35, 40[	[40, 45[	[45, 50[	[50, 55[
ژمارە	6	3	10	7	4

ڕاهێنان و بجهئینان

ناڤەند و ناڤەراست و باو، بۆ هەر کۆمەڵەکا پێدایبان بهەژمێرە.

10 { 20، 31، 45، 28، 7، 5، 12، 28}

11 { 78،32، 45، 10، 15، 13، 10، 32}

12 {17، 5، 10، 12، 7، 9، 5، 12، 4 }

13 {83، 44، 67، 39، 58، 63، 82، 76}

14 ژمارا قوتابیێن نەهاتین ل ڕۆژێن بووری ب ڤی شێوەی بوون: 1، 0، 3، 4، 1، 0، 2، 0، 3، 4، 1، 3، 4، 1، 2، 0، 1، 2، 0، 4، 3، 1، 2، 2، 2، 1، 3، 1، 1، 1، 2 ڤان پێدایبان دخشتەیەکێ دووبارەبوونێدا ڕێکبکە، پاشی ناڤەندێ گرانگری و ناڤەراست وباو بهەژمێرە.

15 پێدایین ل خوارێ ژمارا وان میلان دنوێنن کو هندەك ترۆمبێل ب گالۆنەکا سوتەمەنیێ دبڕن: 30، 21، 18، 19، 23، 24، 26، 32، 30، 22، 12، 15، 21، 28، 27، 18، 16، 19، 23، 29، 24، 25، 16. ڤان پێدایبان د خشتەکێ چەشنێن دووبارەبوونێدا خڕڤەکە، پاشی ناڤەند، و چەشنا باو بهەژمێرە.

16 ئاميرەك ڤەخوارنىٚ لسەر پەرداخان بەلاٚڤدەكەت و دڤێت 8 ئونسان بكەتە دناڤ هەر پەرداخەكێدا، ئەو كۆمپانيا ئەڤ ئاميرە دروستكرى برىٚ پێكهاتا 40 پەرداخان پيڤا بۆ پشتڕاستبوونىٚ ژ كاركرنا ڤى ئاميرى. وئەنجامێن ڤىٚ تاقيكرنىٚ ب ڤى شێوەى بوون.

8.0	8.0	7.6	7.9	8.0	7.8	8.0	7.6	7.9	7.8
8.0	7.6	7.9	8.2	8.0	7.8	7.9	7.8	7.9	7.5
8.2	8.0	7.8	7.8	8.0	7.5	7.9	8.1	8.1	7.6
8.2	8.0	7.8	7.8	8.0	7.5	7.9	8.1	8.1	7.9

أ ناڤەند و ناڤەراست و باو، بۆ ڤان پێداييان بينەدەر و هەرسىٚ پيڤانان بەراوردبكە.

ب ل دووڤ هزراتە كو كۆمپانى دبێژت ئەو ئاميرە ب نێزيكى 8 ئونسان دكەتە دناڤ هەر پەرداخەكێدا يا دروستە؟

17 نمرێن سەردارى ل ئەزموونێن بوورى ئەڤەبوون: 86، 72، 85، 90 ناڤەندىٚ نمرێن وى هەتا نهۆكە چەندە؟ كێمترين نمرە كو دڤيت سەردار ل ئەزموونا بهێت وەربگرت چەندە دا ناڤەندىٚ نوو بۆ نمرێن وى ژ 80 كێمتر نەبيت؟

18 خشتىٚ ل خوارىٚ ڕێژەيا سەدى بۆ دابەشكرنا هێزەكاريىٚ دياردكەت ل دووڤ ژيىٚ ل وەلاتەكى.

ژىٚ	1979	1992	2005
[16, 25[	24%	16%	16%
[25, 35[	27%	28%	21%
[35, 45[	19%	27%	25%
[45, 55[	16%	18%	24%
[55, 65[	14%	12%	14%

أ خشتەيەكى بۆ هەر سالاكىٚ دروستبكە.

ب ناڤەندىٚ ژيىٚ هێزەكاريىٚ بۆ هەر سالاكىٚ بهەژمێرە.

ج بەراوردىىٚ ل ناڤبەرا هەرسىٚ ناڤەندان بكە. چى دەرئەنجام ب دەست تە دكەڤيت؟

لێنێرينەك بۆ پاش

19 زانا 3 جاران ئێك ل دووڤ ئێك پارچە دراڤەكى كانزايى هەلدا هێلكارىٚ دارىٚ بۆ وان ئەنجامێن جياوازێن دشياندا دروستبكە. ئەگەرا دياربوونا هەمان ڕوو ل هەر سىٚ جاران چەندە؟

لێنێرينەك بۆ پێش

20 زانا 3 جاران ئێك ل دووڤ ئێك پارچە دراڤەكىٚ كانزايى هەلدا هێلكارىٚ دارىٚ بۆ وان ئەنجامێن جياوازێن دشياندا دروستبكە. ئەگەرا دياربوونا شێرى دوو جاران چەندە هەكە ل جارا ئێكىٚ شێر دياربيت؟

وانە 2

پیڤەرێن پرتبوونێ

Measures of dispersion

ئارمانج

- هەژمارتنا پیڤەرێن پرتبوونێ وەکی مەودا و لادانێ ناڤەند و لێکنەچوون ولادانێ پیڤانەی و بکارئینانا وان.

بۆچی

تو دکاری پیڤەرێن پرتبوونێ بکاربینی بۆ بەراوردکرنێ ل ناڤبەرا دوو کۆمەلێن پێداییان وەکی برین باران بارینێ ل دوو باژێران.

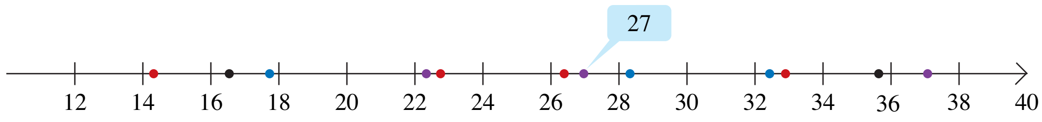
چەمکێ پرتبوونێ

بجهئینان

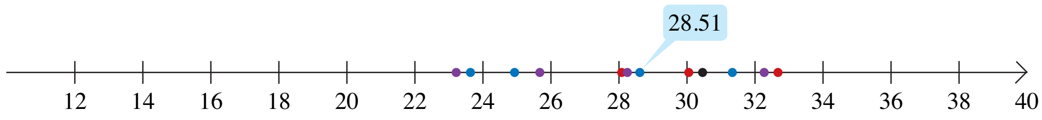
هەردوو خشتەیێن بەرامبەر ناڤەندێ پلەیێن گەرماتیێ ل دەمێ 12 مەهان ل هەر دوو باژێران ریاز و جەددە دیاردکەت. ناڤەندێ بهایێن خشتێ ئێکێ 27 وناڤەندێ بهایێن خشتێ دووێ دبیتە 28،51 هەکە بهایێن هەردوو خشتەیان لسەر راستەهێلێ ژماران بنوێنین دێ بینین:

ناڤەندێ پلەیێن گەرماتیێ ل باژێرێ ریاز	
کانوونا دووێ	16.63
شوبات	17.8
ئادار	22.94
نیسان	26.37
گۆلان	32.61
خزیران	35.62
تیر مەه	37.06
تەباخ	36.81
ئیلون	33.06
چریا ئێکێ	28.34
چریا دووێ	22.5
کانوونا ئێکێ	14.35

ناڤەندێ پلەیێن گەرماتیێ ل باژێرێ جەددە	
کانوونا دووێ	23.32
شوبات	23.77
ئادار	25.8
نیسان	28.08
گۆلان	30.51
خزیران	31.25
تیر مەه	32.7
تەباخ	32.25
ئیلون	31.27
چریا ئێکێ	30.1
چریا دووێ	28.2
کانوونا ئێکێ	24.9



نواندنا پێدایێن خشتێ ئێکێ لسەر هێلا ژماران.



نواندنا پێداییێن خشتێ دووێ لسەر هێلا ژماران.

بەرێ خۆ بدێ کو ناڤەندێ خشتێ دووێ (28.51) دەربرینێ ژ بهایێن کۆمەلێ دکەت چونکی هەموو بها د نێزیکن بۆ ناڤەندی، لێ ناڤەندێ خشتێ ئێکێ 27 دەربرینێ ژ بهایێن کۆمەلا ئێکێ ناکەت ب شێوەیەکی گشتی چونکی گەلەك بهایێن کۆمەلێ یێن دوورن ژ ناڤەندی. ژبەرهندێ دێ بێژین بهایێن کۆمەلا خشتێ ئێکێ پرتترن ژ بهایێن کۆمەلا خشتێ دووێ.

پیڤەرێن پرتبوونێ

ئامارزان ژمارەکا پیڤەران بکاردئینن بۆ پیڤانا رادێ پرتبوونا کۆمەلەکا بهایان.
مەودا **Range** مەودا جیاوازیە ل ناڤبەرا مەزنترین و بچووکترین بها د کۆمەلەکێدا.

مەودا = مەزنترین بها − بچووکترین بها

هزرکرنەکا رەخنەگر

ئەرێ مەودا دەربرینێ ژ پرتبوونا کۆمەلەکا بهایان دکەت؟

لادانێ ناڤەند Mean Deviation : ئەو ناڤەندێ لادانێیە، یان دوورکەفتنا بهایێن کۆمەلەکێ ژ ناڤەندێ وێیە، بۆ هەژمارتنا لادانێ ناڤەند بۆ کۆمەلەکا بهایان $\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ دێ لادانا هەر بهایەکی ژ ناڤەندێ $\bar{x}$ هەژمێرین، ئانکو $|x_1-\bar{x}|$ $|x_2-\bar{x}|$ ... $|x_n-\bar{x}|$ پاشی ناڤەندێ ڤان لادانان دێ هەژمێرین.

$$\text{لادانێ ناڤەند} = \frac{1}{n}\left(|x_1-\bar{x}|+|x_2-\bar{x}|+\ldots+|x_n-\bar{x}|\right)$$

هزرکرنەکا رەخنەگر

بۆچی ئامارزان برێ $|x_k-\bar{x}|$ بکاردئینین بۆ هەژمارتنا لادانا بهایێ x_k ژ ناڤەندێ $\bar{x}$ و $x_k-\bar{x}$ بکارنا ئینن؟

نموونە 1

کۆمپانیەکا بەرهەمئینانا تایرێ ترۆمبیلان 5 تاقیکرن لسەر دوو جۆرێن تایران ئەنجامدان و ژمارا کیلۆمەترین هەر تایرەك ببڕت بەری ژ کاربکەڤیت تۆمارکر. خشتێ ل خوارێ ئەنجامێن ڤان تاقیکرنان ب هەزاران کیلومەتران دیاردکەت.

تایرا 1	66	43	37	50	54
تایرا 2	54	49	47	48	52

أ مەودا و لادانێ ناڤەند بۆ ژمارا کیلۆمەترێن هەر تایرەکێ بهەژمێرە.

ب روونبکە کو هەر پیڤەرەك ژ ڤان دەربڕینێ ژ چی دکەت دەربارەی هەر جۆرەکی تایران.

شیکار

أ

تایرا 1

مەودا: $66 - 37 = 29$

ئانکو $29000\ km$ بۆ هەژمارتنا لادانێ ناڤەند،

دەست بهەژمارتنا ناڤەندی بکە:

$$\bar{x} = \frac{54+50+37+43+66}{5} = 50$$

پاشی لادانا هەر بهایەکی ژ ناڤەندی بهەژمێرە. وژبەر وی چەندێ ڤێ خشتێ دروستبکە.

x_k	$\lvert \bar{x} - x_k \rvert$
66	16
43	7
37	13
50	0
54	4

پاشی، ناڤەندێ لادانان بهەژمێرە،

لادانێ ناڤەند: $\frac{16+7+13+0+4}{5} = 8$ =

ئانکو $8000\ km$

تایرا 2

مەودا: $54 - 47 = 7$

ئانکو $7000\ km$ بۆ هەژمارتنا لادانێ ناڤەند،

دەست بهەژمارتنا ناڤەندی بکە:

$$\bar{x} = \frac{52+48+47+49+54}{5} = 50$$

پاشی لادانا هەر بهایەکی ژ ناڤەندی بهەژمێرە. وژبەروێ چەندێ ڤێ خشتێ دروستبکە.

x_k	$\lvert \bar{x} - x_k \rvert$
54	4
49	1
47	3
48	2
52	2

پاشی، ناڤەندێ لادانان بهەژمێرە،

لادانێ ناڤەند: $\frac{4+1+3+2+2}{5} = 2.4$

ئانکو $2400\ km$

ب بەرێ خۆ بدێ کو لادانێ ناڤەند بۆ تایرا 2 کێمترە ژ لادانێ ناڤەند بۆ تایرا 1، ئەڤەرێ ددەت کو ئەم بێژین ناڤەندێ پێدایین تایرا 2 پتر باوەری پێکەرە. و هەروەسا خەملاندنا دووراتیا تایرا 2 ببڕت پێش ژ کاربکەڤیت پتریا باوەری پێکەرە.

هەوڵبدە مەودا ولادانێ ناڤەند بۆ پێدایێن تایرا 3 بهەژمێرە، وبەراوردبکە دگەل پیڤەرێن هەردوو تایرێن بەرێ.

تایرا 3	64	52	50	49	35

خالەکا چاڤدێریێ ✓

ئەرێ چێدبیت دوو کۆمەلێن پێدایێیان هەمان مەودا و هەمان لادانێ ناڤەند هەبن، نموونەیەکێ بۆ سەلماندنا بەرسڤا خۆ بینە.

لێکنەچوون و لادانێ پیڤانەی: ئەو دوو پیڤەرێن پرتبوونێنە و ئێنە بکارئینان بۆ بەراوردکرنا پێدایێیان و شلۆڤەکرنا وان.

لێکنەچوون Variance $\sigma^2 = \frac{1}{n}\left((x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\ldots+(x_n-\bar{x})^2\right)$

لادانێ پیڤانەی Stantard Deviation $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$

نموونە 2

لادانێ پیڤانەی بۆ دووراتیێن هەردوو تایران ل نموونەیا بەرێ بهەژمێرە:

شیکار

تایرا 1

خشتێ ل خوارێ دروستبکە بۆ رێکخستنا ئەوا دهەژمێرێ:

$\bar{x} = \frac{54+50+37+43+66}{5} = 50$

x_k	$(x_k-\bar{x})$	$(x_k-\bar{x})^2$
66	16	256
43	−7	49
37	−13	169
50	0	0
54	4	16
سەرجەم	0	490

لێکنەچوون: $\sigma^2 = \frac{490}{5} = 98$

لادانێ پیڤانەی: $\sigma = 9.9$ ئانکو 9900km

تایرا 2

خشتێ ل خوارێ دروستبکە بۆ رێکخستنا ئەوا دهەژمێرێ:

$\bar{x} = \frac{52+48+47+49+54}{5} = 50$

x_k	$x_k-\bar{x}$	$(x_k-\bar{x})^2$
54	4	16
49	−1	1
47	−3	9
48	−2	4
52	2	4
سەرجەم	0	34

لێکنەچوون: $\sigma^2 = \frac{34}{5} = 6.8$

لادانێ پیڤانەی: $\sigma = 2.6$ ئانکو 2600km

ئەڤ ئەنجامە ئەوێ دەرئەنجامێ مسۆگەردکەت ل نموونەیا بەرێ کو لادانێ پیڤانەی بۆ تایرێ 2 کێمترە ژ لادانێ پیڤانەی تایرا 1.

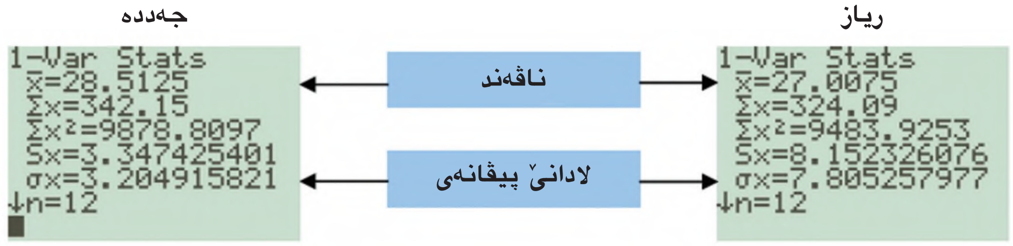
هەولبدە لادانێ پیڤانەی بۆ تایرێ 3 چەندە؟

خالەکا چاڤدێریێ ✓

هەکە لادانێ پیڤانەی تایرێ 4 1500 km بیت، ئەرێ تو دکاری چی بێژی بۆ ڤی تایرێ ل دووڤ هەردوو تایرێن 1 و 2.

هزرکرنەکا رەخنەگر ل دووڤ بۆ چوونێن تە، کیژ پیڤەر پتر دئێتە بکارئینان: لێکنەچوون یان لادانێ پیڤانەی؟ بۆچی؟ هەکە ئەم ڤەگەرێینە تێکرایێن پلەیێن گەرماتیا هەردوو باژێران ریاز و جەددە، خشتێ ل خوارێ پیڤەرێن پرتبوونێ بۆ تیکرایێن پلەیێن گەرماتیا هەردوو باژێران دیاردکەت.

پیڤەر	ریاز	جەددە
مەودا	22.71	9.38
لادانێ ناڤەند	6.91	2.83
لێکنەچوون	60.92	10.27
لادانێ پیڤانەی	7.81	3.20



بڤی شێوەی ئەم دبینن کو پرتبوونا تێکرایێن پلەیێن گەرماتییێ ل جەددە کێمترە ژ ئەوێ ل ریاز، چونکی لادانێ پیڤانەی بۆ باژێرێ ئێکێ کیمترە ژ لادانێ پیڤانەی بۆ باژێرێ دووێ.

ڕاهێـــــنـــــان

بەردەوامبوون د بیرکارییێدا

1 روونبکە بۆچی هەر ئێك ژ لادانێ ناڤەند و لادانێ پیڤانەی نابیتە ژمارەکا سالب؟

2 پەیوەندیا ل ناڤبەرا لێکنەچوون و لادانێ پیڤانەی روونبکە. ئەرێ بەردەوام لادانێ پیڤانەی دێ کێمتربیت ژ لێکنەچوونێ؟

3 روونبکە بۆچی هەر ئێك ژ لادانێ ناڤەند و لادانێ پیڤانەی دەربڕینێ ژ پرتبوونێ دکەت پتر ژ مەودای.

ڕاهێنانێن ئاراستەکری

بجهئینان

4 **پەروەردە و فێرکرن**: خشتێ بەرامبەر نمرێن دوو قوتابیان ل 5 ئەزموونان دیاردکەت. مەودا و لادانێ ناڤەند بۆ نمرێن هەردوو قوتابیان بهەژمێرە، و ئاماژا ڤان هەردوو پیڤەران روونبکە.

هێمن	هاوار
81	98
84	68
88	99
82	59
85	96

5 لادانێ پیڤانەی نمرێن هەر ئێك ژ هەردوو قوتابیان بهەژمێرە.

راهێنان و بجهئینان

مەودا و لادانێ ناڤەند بهەژمێرە.

6 8؛ 10؛ 3؛ 9؛ 10

7 1؛ 2؛ 4؛ 2؛ 6

8 31؛ 103؛ 34؛ 98؛ 107؛ 32

9 32؛ 23؛ 68؛ 74؛ 26؛ 93

10 32؛ 23؛ 68؛ 74؛ 26؛ 93

11 11.1؛ 14.2؛ 8.4؛ 12.2؛ 15.2؛ 10.9

12 -1.22؛ 4.53؛ -2.42؛ 2.33؛ 4,66

13 8.72؛ 7.43 ؛ -2.92؛ -3.56؛ 5.78

لێکنەچوون و لادانێ پیڤانەی بهەژمێرە.

14 9؛ 10؛ 10؛ 8؛ 7؛ 11؛ 12؛ 9

15 8.1؛ 10.3؛ 3.4؛ 9.8؛ 10.7

16 -3؛ 2؛ -5؛ 4؛ -2؛ 8؛ 9؛ -1

17 2؛ 4؛ -8؛ 8؛ 7؛ -2؛ -4؛ 3؛ 7

لادانێ ناڤەند و لادانێ پیڤانەی بهەژمێرە. بهایێ پەرگر کێمتر کارتێکرنێ لسەر کیژ هەردوو پیڤەران دکەت.

18 20؛ 30؛ 40؛ 500

19 0؛ 500؛ 510؛ 520

20 دوو کۆمەلێن بهایان بنڤیسە هەمان مەودا هەبن، لێ هەر دوو لادانێن پیڤانەی د جیاوازبن.

بەرهنگاری

21 ئەرێ چێدبیت لادانێ پیڤانەیێ کۆمەلْکا بهایان یەکسان بیت ب سفر؟ هەکە وەسا بیت مەرجێن وێ دیاربکە. نموونەیەکێ بۆ روونکرنێ بکاربینە.

گرێدان

22 ڕاپرسین: داخوازی ژ 30 کەسان هاتەکرن کو بۆ چوونێن خۆ دیاربکەن دەربارەی جۆرەکی تەزیاتیان ب رێیا دانانا نمرە ژ 1 هەتا 10 . مەودا و لادانێ ناڤەند ولادانێ پیڤانەی بۆ ڤی خشتەی بهەژمێرە.

10	8	6	9	7	5
8	7	9	8	8	7
8	6	9	7	8	10
10	10	8	9	10	8
9	7	7	8	9	7

بجهئینان

وەرزش: خشتێ ل خوارێ ژمارێن پیڤانەی [ب خولەکان و چرکان و بەشێن ژ سەدی ژ چرکێ] دیاردکەت بۆ زەلامان و ئافرەتان ل خلیسکانا سەر بەفرێ ل ژمارەکا یارییێن ئۆلۆمپی.

1998	1994	1992	1988	1984	1980	1976	
1:47.87	1:51.29	1:54.81	1:52.06	1:58.36	1:55.44	1:59.38	زەلام
1:57.58	2:02.19	2:05.87	2:00.68	2:03.42	2:10.95	2:16.58	ئافرەت

23 ناڤەند و ناڤەراست بۆ ژمارەیێن پیڤانەی یێن زەلامان و ئافرەتان بهەژمێرە.

24 مەودا و لادانێ ناڤەراست بۆ زەلام و ئافرەتان بهەژمێرە، ئەڤ پیڤەرە چی بۆ مە دیاردکەن دەربارەی ژمارەیێن پیڤانەی یێن زەلام و ئافرەتان؟

25 لادانێ پیڤانەی بۆ زەلام و ئافرەتان بهەژمێرە، ئەڤ پیڤەرە چی بۆمە دیاردکەن دەربارەی ژمارەیێن پیڤانەی یێن زەلام و ئافرەتان؟

لێنێرینەك بۆ پاش

بهەژمێرە

26 C_3^8 **27** C_3^{10} **28** p_3^{17} **29** p_3^{21}

لێنێرینەك بۆ پێش

30 گەلەك جاران ئامارزان سامپلەکێ بکاردئینن بۆ ئەنجامدانا تویژینەکێ لسەر کۆمەلەکا مەزن ژ بهایان، ویشتبەستدبن ب پیڤەرێن ئامارەی یێن ڤێ سامپلێ بۆ خەملاندنا پیڤەرێن ئامارەی یێن هەموو بهایێن کۆمەلا مەزن، چونکی ئەو ناڤەندێ نموونێ ب دەربرینا ناڤەندێ کۆمەلا مەزن دزانن. لێ بۆ هەژمارتنا لادانێ پیڤانەی، ئەو لێکنەچوونێ سامپلێ دهەژمێرن ب یاسایەکێ کو پیچەکێ یا جیاوازە ژ یاسایا هەژمارتنا لێکنچەوونا کۆمەلا مەزن.

وئەڤێ یاسایێ بکاردئینن:

لێکنەچوونا سامپلێ: $\sigma^2 = \frac{1}{(n-1)}\left((x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\ldots+(x_n-\bar{x})^2\right)$

أ لێکنەچوون و لادانێ پیڤانەی ڤێ نموونێ بهەژمێرە: 15؛ 18؛ 7؛ 16؛ 5؛ 12.

ب بۆ هەژمارتنا ناڤەندێ ژمارا ترومبێلان دئێك خێزاندا، ئەنجوومەنا بازێرڤانییێ ل بازێرەکی سامپلەك وەرگرت ژ 10 خێزانان ب شێوەکی هەرەمەکی، و ژ ئەنجامێ راپرسینا ڤی سامپلێ ئەڤ ژمارە دیاربوون: 2؛ 3؛ 2؛ 1؛ 1؛ 4؛ 2؛ 1؛ 3؛ 4. ناڤەندێ ژمارا ترۆمبێلان دئێك خێزانێدا بخەملینە، و لادانێ پیڤانەی بخەملینە.

بەشێ

5

سێگۆشەزانی

Trigonometry

سێگۆشەزانی زانستەکێ کەڤن و نوویە، ڤەکۆلینێ لسەر پەیوەندییێن ل ناڤبەرا لاییێن سێگۆشێ و گۆشێن وێ دکەت. دکەڤندا مرۆڤی گرنگی ب سێگوشەزانییێ دایە، هەر وەکی ل وێنەیێ ل خوارێ دیار. سێگۆشەزانێ بجهئینانێن گەلەك بەرفرەهـ هەنە ل فیزیاییێ و گەردووناسی و تەلارسازییێ و ئەندازێ و گەلەك بوارێن دن.

وانە

1. **ڕێژەییێن و سێگۆشەیی و شیکارکرنا سێگۆشەیا وەستاو.**

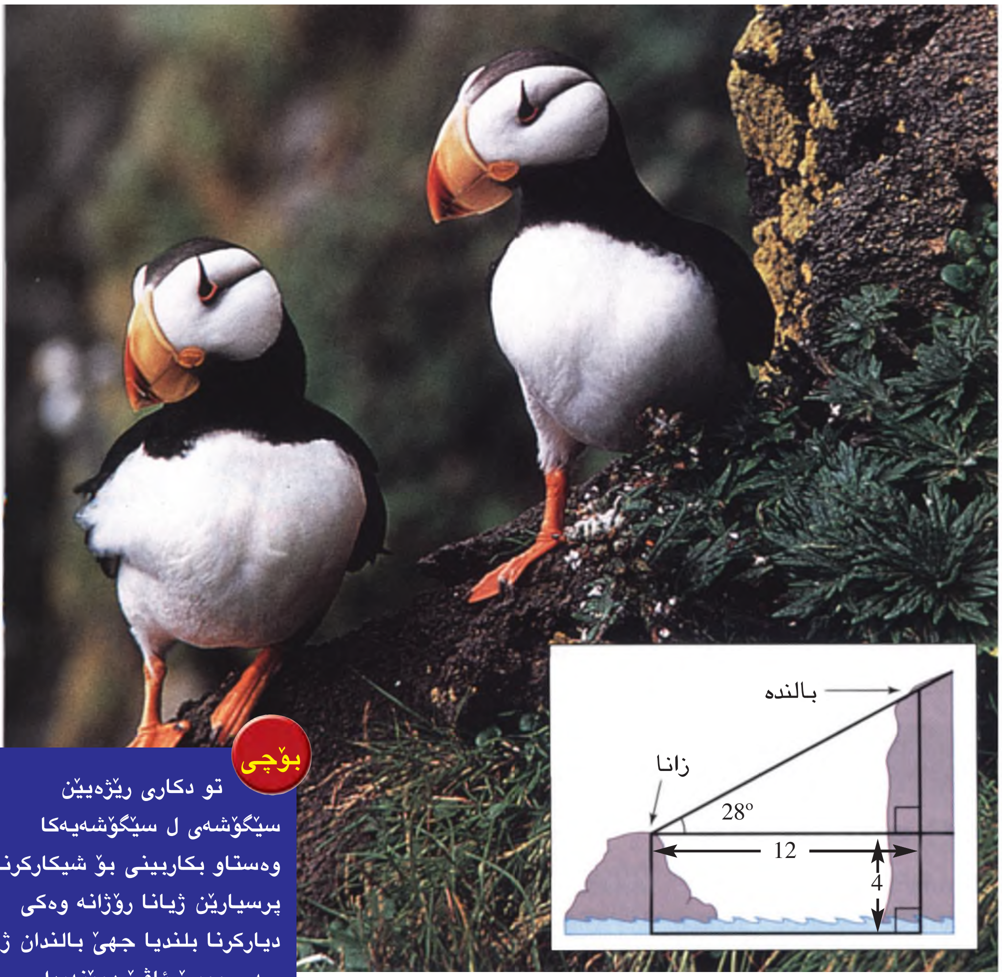
ڕێژەیێن سێگۆشەیی و شیکارکرنا سێگۆشەیا وەستاو

Trigonametric Ratios and Solving Right Triangle

وانە 1

ئارمانج

- ڕێژەیێن سێگۆشەیی بۆ گۆشەیەکا تیژ جودا دکەین و دهەژمێرین.
- سێگۆشەیەکا وەستاو شیکاردکەین بکارئینانا ڕێژەیێن سێگۆشەیی.

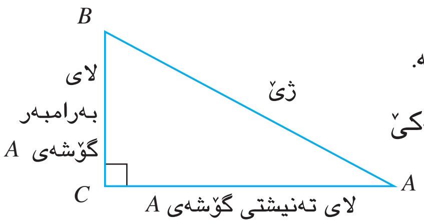


بۆچی

تو دکاری ڕێژەیێن سێگۆشەیی ل سێگۆشەیەکا وەستاو بکاربینی بۆ شیکارکرنا پرسیارێن ژیانا ڕۆژانە وەکو دیارکرنا بلندیا جهێ بالندان ژ سەر ڕوویێ ئاڤێ دویێنەیدا.

بجهئینان
بالّندە

زانایەك رادبیت ب وێنەکرنا کۆمەڵەکا بالندان کو ل پال جیایەکی راوەستیاینە، بۆ هەژمارتنا بلنداهیا جهێ ڤان بالندان ژ سەر ڕوویێ ئاڤێ، زانای ئەو گۆشا دروست دبیت ل ناڤبەرا هێلا دیتنا بالندان و ئاسۆی پیڤا و دیت دبیتە 28°، چەوا ئەو زانایە بلنداهیا بالندان ژ سەر ڕوویێ ئاڤێ دێ هەژمێریت؟ هەکە بزانت ئەو لسەر بلنداهیا 4 مەتران یێ ڕاوەستیایە، ودووری ل ناڤبەرا وی و پالا چیای 12 مەترن؟



بۆ هەژمارتنا بلنداهیا جهێ بالندان، سێگۆشەزانێ بکاربینە.

تو دکاری سێگۆشەزانێ بکاربینی بۆ دیارکرنا پیڤانا گۆشەکێ ژ گۆشێن سێگۆشەیەکا وەستاو، یان درێژیا لایەکی ژ لایێن وێ. ژبیرنەکەی کو ژێ سێگۆشەیا وەستاو ئەو لایێ بەرامبەری گۆشا وەستاوە. ل سێگۆشا لایێ چەپێ دبینی لایێ $\overline{AB}$ **ژێیە و لایێ** $\overline{AC}$ **دبیتە لایێ تەنیشتێ گۆشا A** و لایێ $\overline{BC}$ **دبیتە لایێ بەرامبەری گۆشا A**

خالّەکا چاڤدێریێ ✓

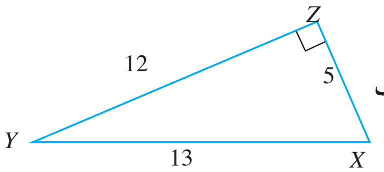
لایێ تەنیشتێ ولایێ بەرامبەر بۆ گۆشا B دیاربکە.

ڕێژەیێن سێگۆشەیی بۆ گۆشە A

پێناسە	$\sin A = \frac{\text{بەرامبەر}}{\text{ژێ}}$	$\cos A = \frac{\text{تەنیشت}}{\text{ژێ}}$	$\tan A = \frac{\text{بەرامبەر}}{\text{تەنیشت}}$
نڤیسین	$\sin A = \frac{BC}{AB}$	$\cos A = \frac{AC}{AB}$	$\tan A = \frac{BC}{AC}$

نموونە 1

هەرسێ ڕێژەیێن سێگۆشەیی بۆ گۆشا X ل وێنێ بەرامبەر بهەژمێرە بلا هندەك بەرسڤ ب دروستی بن، و هندەك بەرسڤ دنێزیككری بن بۆ نێزیكترین بەش ژ دەه هزاری.



شیكار

$\sin X = \frac{12}{13} \approx 0.923$

$\cos X = \frac{5}{13} \approx 0.3846$ $\tan X = \frac{12}{5} = 2.4$

هەولبدە هەرسێ ڕێژەیێن سێگۆشەیی بۆ گۆشە Y ل سێگۆشا سەری بهەژمێرە، بلا هندەك بەرسڤ ب دروستی بن، و هندەك بەرسڤ دنێزیككری بن بۆ نێزیكترین بەشێ ژ دەه هزاری.

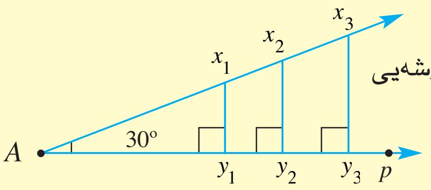
چالاكی

ڤەدیتنا ڕێژەیێن سێگۆشەیی

تە پێدڤی ب پرگالەكی وراستەكا سانتیمەتری و بژمێرەكێ هەیە.

خشتەیەكی وەكی خشتێ ل خوارێ دروستبكە.

1. ئەوا دخشتەیدا هاتی بنڤیسە، پاشی تمامبكە ب رێیا پیڤانا لایێن دیاركری و هەژمارتنا ڕێژەیێن سێگۆشەیی بۆ گۆشە A.



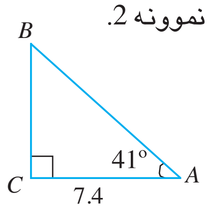
2. ئەرێ ئەو بهایێن تە نڤیسین ل ستوونا $\sin A$ ب نێزیكی دیەكسانن؟ و هەروەسا ل ستوونا $\cos A$؟ و هەروەسا ل ستوونا $\tan A$؟

سێگۆشە	بەرامبەری A^o	تەنیشتی A^o	ژێ	$\sin A = \frac{\text{بەرامبەر}}{\text{ژێ}}$	$\cos A = \frac{\text{تەنیشت}}{\text{ژێ}}$	$\tan A = \frac{\text{بەرامبەر}}{\text{تەنیشت}}$
Ax_1y_1						
Ax_2y_2						
Ax_3y_3						

3. ئەو ئەنجامێن ب دەست تە كەفتین بەراوردبكە دگەل ئەنجامێن هەڤالێ خو دپۆلێدا.
4. ئەرێ تو دكاری دانراوەیەكێ [مگرتیەكێ] دارێژی دەربارەی هەرسێ ڕێژەیێن سێگۆشەیی بۆ گۆشە A.

خالا چاڤدێریێ

بهایێن رێژەیێن سێگۆشەیی بۆ گۆشەکاتێژ ناهێنە گوهۆرین ب گوهۆرینا سێگۆشەیا وەستاوا هاتیە بکارئینان، هەر وەکی ل چالاکیا سەری بۆ تە دیاربووی. بهایێن وان رێژەیان بتنێ ب پیڤانا گۆشێ دیاردبن. تو دشێی بهایێن رێژەیێن سێگۆشەیی بۆ گۆشەکێ دیاربکەی هەکە تو پیڤانا گۆشێ بزانی بکارئینانا بژمێرا زانستی. و تو دکاری رێژەیێن سێگۆشەی بکاربینی بۆ هەژمارتنا درێژیێن هندەک لایێن سێگۆشەکا وەستاو، هەر وەکی دیاردبیت ل نموونە 2.



نموونە 2

درێژیا لایێن سێگۆشا بەرامبەر بهەژمێرە.

شیکار

چونکی درێژیا لایێ $\overline{AC}$ یا دیارە، دڤێت درێژیا هەردوو لایان $\overline{AB}$ و $\overline{BC}$ بهەژمێری.

$\cos A$ بکاربینە بۆ هەژمارتنا درێژیا ژێ $\overline{AB}$.

$\tan A$ بکاربهێنە بۆ هەژمارتنا درێژیا لایێ $\overline{BC}$.

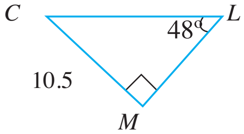
$$\cos A = \frac{AC}{AB} \qquad \tan A = \frac{BC}{AC}$$

$$\cos 41^\circ = \frac{7.4}{AB} \qquad \tan 41^\circ = \frac{BC}{7.4}$$

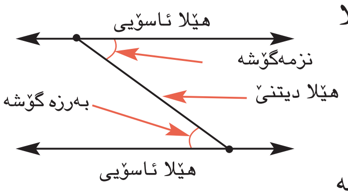
$$AB = \frac{7.4}{\cos 41^\circ} \qquad BC = 7.4 \times \tan 41^\circ$$

$$BC \approx 7.4 \times 0.8693$$

$$AB \approx \frac{7.4}{0.7547} \approx 9.8 \qquad BC \approx 6.4$$



هەولبدە درێژیا لایێن سێگۆشا بەرامبەر بهەژمێرە.



بەرزە گۆشە: ئەو گۆشەیە کو هێلا ئاسۆیی پێکدئینیت دگەل هێلا دیتنا خالەکێ ژوێ بلندتربیت.

نزمە گۆشە: ئەو گۆشەیە کو هێلا ئاسۆیی پێکدئینیت دگەل هێلا دیتنا خالەکێ ژ وێ نزمتربیت. بەرێ خو بدێ پیڤانا بەرزەگۆشە یەکسانە ب پیڤانا نزمە گۆشە.

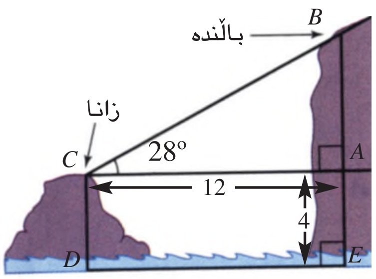
نموونە 3

جێبەجێکردن: باڵندەکان

هەکە ڤەگرێن بۆ پرسیارا هاتیە دیارکرن ل دەستپێکا وانێ، بلنداهیا جهێ باڵندان ژ سەر رووێ ئاڤێ بهەژمێرە.

شیکار

$$BE = BA + AE$$



درێژیا پارچەراستەهێلێ $\overline{BE}$ بلنداهیا جهێ باڵندان ژ رووێ ئاڤێ دنوێنت، چونکی $AE=CD=4$.

دڤێت تو درێژیا $\overline{AB}$ بهەژمێری:

$$\tan 28^\circ = \frac{AB}{12}$$

$$AB = 12 \times \tan 28^\circ$$

$$AB \approx 6.38$$

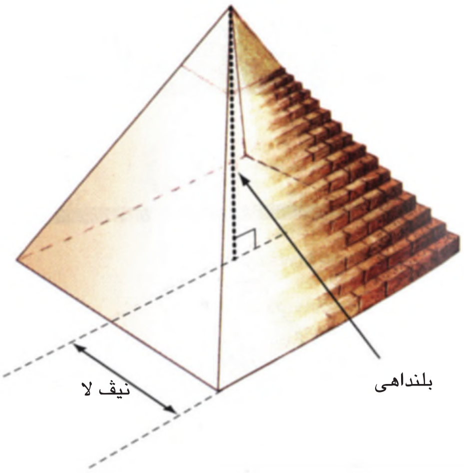
$$BE = BA + AE \approx 6.38 + 4 \approx 10.3$$

بلنداهیا باڵندان ژ سەر رووێ ئاڤێ= 10.38 m ب نێزیکی.

تو دشێی بژمێرا زانستی بکاربینی بۆ هەژمارتنا پیڤانا گۆشەکێ هەکە ئێک ژ رێژەیێن سێگۆشەیی بۆ گۆشێ یا زانراوبیت بکارئینانا کلیلێن.

TAN^{-1} COS^{-1} SIN^{-1}

هەکە $\tan A = \frac{4}{3}$ دێ پیڤانا گۆشە A دبیتە $\tan^{-1}\frac{4}{3} \approx 56^\circ$



دەروازەیەک لسەر رەوشەنبیریا فیرعەونیان

فیرعەونیان پەیوەندیەکا سێگۆشەیی بکاردئینان دگۆتنێ (سیکد) کو لارێ رووی هەرەمێ دنواند.

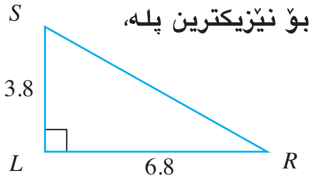
$$1 \text{ سیکد} = \frac{\text{نیڤا لایێ بنکێ هەرەمێ (ب بۆستان)}}{\text{بلنداهیا هەرەمێ ب کیوبت «١کیوبت= 7 بۆست»}}$$

بەرێ خۆ بدێ کو سیکد هەلگەراوێ tan گۆشێیە کو دبێژنێ Cotangent یان ب کورتی cot ی گۆشێ.

بۆ شیکارکرنا سێگۆشەکا وەستاو دڤێت پیڤانا گۆشێن سێگۆشێ و درێژیا لایێن نەزانراو **بهەژمێری**. بژمێرا زانستی بکاربینە بۆ کارێ خۆ، بۆ هەژمارتنا پیڤانا گۆشەکێ هەکە رێژەیەکا وێ یا سێگۆشەی بزانی ڤێ راستیێ بکاربینە کو سەرجەمێ گۆشێن سێگۆشێ دبیتە 180° ئانکو سەرجەمێ هەردوو گۆشێن تیژ دسێگۆشا وەستاودا دبیتە 90°.

نموونە 4

سێگۆشا بەرامبەر شیکاربکە بهەژمارتنا پیڤانا گۆشان ب نێزیککرن بۆ نێزیکترین پلە، و درێژیا ژێ ب نێزیککرن بۆ نێزیکترین دەهیێک.



شیکار

1. $\tan R = \frac{3.8}{6.8}$

$R = \tan^{-1}\frac{3.8}{6.8} \approx 29^\circ$

2. چونکی سەرجەمێ هەردوو گۆشێن تیژ یەکسانە 90° پیڤانا گۆشە S دبیتە $90^\circ - 29 = 61^\circ$ ب نێزیکی.

3. سەلمێنراوا فیساگۆرسی بکاربینە بۆ هەژمارتنا درێژیا ژێی.

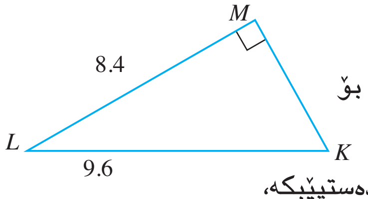
$$(RS)^2 = (6.8)^2 + (3.8)^2$$

$$RS = \sqrt{(6.8)^2 + (3.8)^2}$$

$$RS \approx 7.8$$

هەوڵبدە

سێگۆشەیا بەرامبەر شیکاربکە بهەژمارتنا پیڤانا گۆشان و نێزیککری بن بۆ نێزیکترین پلە، ودرێژیا لای و نێزیککری بیت بۆ نێزیکترین دەهیێک.



هزرکرنەکا رەخنەگر

1. چەوا سێگۆشا نموونە 4 شیکاردکەی، بهەژمارتنا ژێ وێ دەستپێبکە، پاشی sin ، cos بکاربینە بۆ هەژمارتنا گۆشێن وێ؟
2. پشتی هەژمارتنا پیڤانا $\hat{R}$ ئەرێ تو دشێی ژێ بهەژمێری بێی بکارئینانا سەلمێنراوا فیسا گۆرسێ.

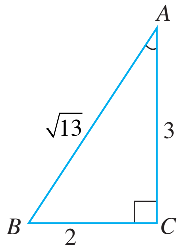
راهێنان

بەردەوامبوون د بیرکارییێدا

1 چەوا رێژەیێن سێگۆشەیی بۆ گۆشا A ل سێگۆشەیا بەرامبەر دێ هەژمێری.

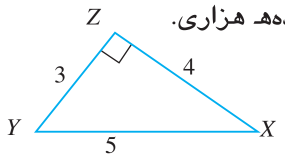
2 چەوا پیڤانا هەردوو گۆشان A و B ل سێگوشەیا بەرامبەر دێ ئینیەدەر.

3 جیاوازی چیە ل ناڤبەرا $\sin^{-1} A$ ، $\frac{1}{\sin A}$؟

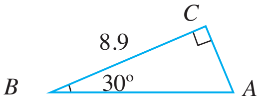


راهێنانێن ئاراستەکری

4 رێژەیێن سێگۆشەیی بۆ گۆشە X ل سێگۆشا لایێ چەپێ. بهەژمێرە، بەرسڤێن خۆ ب دروستیێ دیاربکە، و دنێزیککری بن بۆ نێزیکترین بەش ژ دەهـ هزاری.

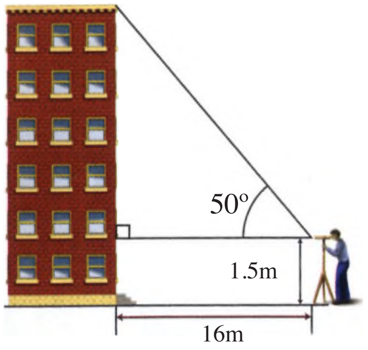


5 دریژیا هەردوو لایان $\overline{AC}$، $\overline{BA}$ ل سێگۆشا لایێ راستێ بهەژمێرە.

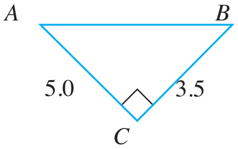


بجهئینان

6 **ئەندازە** : ئەنداز یارەکی ل دووراتیا 16 m ژ ئاڤاهیەکێ راوەستیا، ب دویربینەکێ بەرێ خۆ دا بلندترین خال ژ ئاڤاهی و ئەو دویر بینە ژ ئەردێ یا بلند بوو ب 1.5m بلنداهیا ئاڤاهییێ چەندە؟ هەکە پیڤانا بەرزەگۆشە 50 بیت.



7 سێگۆشا ل خوارێ شیکاربکە. پیڤانا گۆشە A بهەژمێرە ب نێزیککرن بۆ نێزیکترین پلە، ودرێژیا $\overline{AB}$ ب نێزیککرن بۆ نێزیکترین دەهێك.



راهێنان و بجهئینان

سێگۆشەیا JKL بکاربینە بۆ هەژمارتنا هەر بهایەکێ داخوازکری، بەرسڤا خۆ ب دروستی بدە، پاشی نێزیکبکە بۆ نێزیکترین بەش ژ دەهـ هزاری.

8 $\sin K$

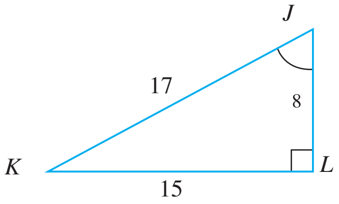
9 $\sin J$

10 $\cos J$

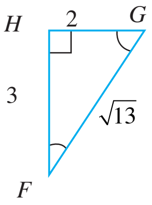
11 $\cos K$

12 $\tan K$

13 $\tan J$



سێگوشەیا FGH بکاربینە بۆ هەژمارتنا بهایێ داخوازکری، بەرسڤێ ب دروستی بدە، پاشی نێزیکبکە بۆ نێزیکترین بەش ژ دەه هزاری.



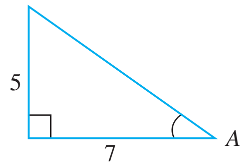
14 $\sin G$　　**15** $\sin F$

16 $\cos G$　　**17** $\cos F$

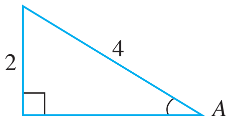
18 $\tan G$　　**19** $\tan F$

پەیڤانا گۆشە A بهەژمێرە بکارئینانا بژمێرێ.

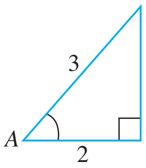
20



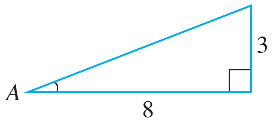
21



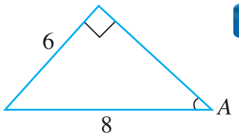
22



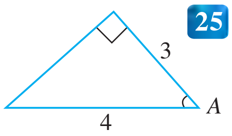
23



24

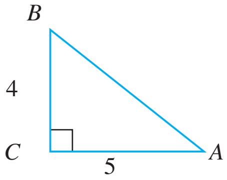


25

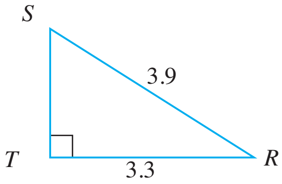


سێگۆشێ شیکاربکە. پیڤانا گۆشان بهەژمێرە ب نێزیککرن بۆ نێزیکترین پلە، و درێژیا لایان ب نێزیککرن بۆ نێزیکترین دەهیێك.

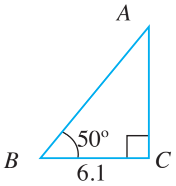
26



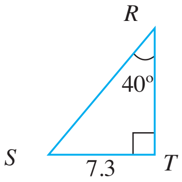
27



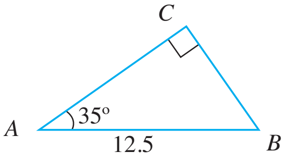
28



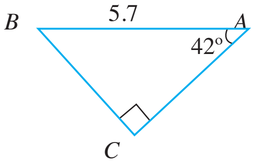
29

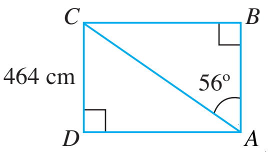


30



31





32 بسەلمینە کو پەیوەندیا $\tan A=\dfrac{\sin A}{\cos A}$ هەردەم یا دروستە؟

33 ئەندازە: درێژیا هەر ئێك ژ لایێ $\overline{AD}$ و ژێ $\overline{AC}$ ل لاکێشەیا بەرامبەر بهەژمێرە.

بجهئینان

34 جوانکاریا مالان. بابێ ئازادی دڤێت بالەکۆنەکێ لسەر شێوێ سێگۆشەکا وەستاو دروستبکەت کو ژێ سێگۆشی 6 بیت و درێژیا هەر دوو لایێن وەستاو دیەکسان بن.

أ درێژیا هەر ئێك ژ هەردوو لایێن گۆشا وەستاو بهەژمێرە.

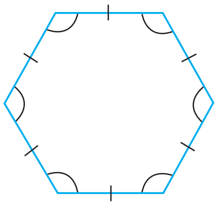
ب رووبەرێ بالە کۆنێ بهەژمێرە.

فرۆکەڤانی: فرۆکەیەك ل بلنداهیا 6.5 km دفریت، وژبەر دادانەکا ئارام کابتنێ فرۆکێ بریاردا دەست ب دادانێ بکەت.

35 پیڤانا گۆشا هێلا دادانێ دگەل هێلا ئاسۆیی پێکدهینت بهەژمێرە ئەگەر بزانی کابتنی دەست بهاتنا خوارێ کر ل دووراتیا 186 km ژ فرۆکەخانێ (دووراتی یا پیڤاییە لسەر ئەردی).

36 ل دویراتیا چەندێ ژ فرۆکەخانێ دڤێت کابتن دەست بهاتنا خوار بکەت، هەکە پیڤانا گۆشێ لناڤبەرا هێلا هاتنە خوارێ و هێلا ئاسۆیی 5° هەلبژارت؟

بەرهنگاری



37 ئاڤاکرن: کارگێریا باغچەیەکی گشتی دڤێت جهەکێ بهێنڤەدانێ ئاڤا بکەت بنکێ وێ لسەر شێوێ شەش لایەکی رێك بیت و درێژیا لایەکی 10 بیت. پارێ تیچوونێ بۆ راخستنا هەر مەترەکی دووجا ژ بنکێ وێ 17 هزار دینار بوو. رێژەیێن سێگۆشەیێ بکاربینە بۆ هەژمارتنا راخستنا بنکێ وێ.

لێنێرینەك بۆ پاش

هەر برەکی ب سادەترین شێوە بنڤیسە، پشتی رێژەکرنا ژێرەی.

38 $\dfrac{3}{\sqrt{2}}$ **39** $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ **40** $\dfrac{5}{1-\sqrt{2}}$ **41** $\dfrac{5}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$

ناڤەندێ هەر کۆمەڵەکا بهایان بهەژمێرە، پاشی لادانێ پیڤانەیی بهەژمێرە.

42 12 ،34 ،18 ،25 ،53 ،46 ،17 ،14 ،25 ،36 ،24 ،19 ،17 ،28 ،26 ،22

43 102 ،107 ،122 ،99 ،103 ،121 ،113 ،100 ،78 ،130 ،125 ،119 ،110